개념원리 RPM

문제기본서 [알피엠]

중학수학 3-2

정답과 풀이

01 삼각비

교과서문제 정복하기

본문 p. 9, 11

0001 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{15}{17}$ 답 $\frac{15}{17}$

0002 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{8}{17}$ 답 $\frac{8}{17}$

0003 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{15}{8}$ 답 $\frac{15}{8}$

0004 $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{8}{17}$ 답 $\frac{8}{17}$

0005 $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{15}{17}$ 답 $\frac{15}{17}$

0006 $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{8}{15}$ 답 $\frac{8}{15}$

0007 $\overline{AC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{7}$

0008 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3}{4}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

답 $\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{3}{4}$, $\tan B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

0009 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$이므로 $\frac{x}{9}=\frac{2}{3}$에서

$x=6$ 답 6

0010 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로 $\frac{x}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서

$x=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0011 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$이므로 $\frac{10}{x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$에서

$\sqrt{5}x=50$ $\therefore x=10\sqrt{5}$ 답 $10\sqrt{5}$

0012 $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ 답 1

0013 $\tan 45^\circ+\sin 45^\circ=1+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

0014 $\tan 60^\circ-\sin 60^\circ=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

0015 $\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ 답 1

0016 $\tan 30^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0017 $\cos 30^\circ\div\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0018 답 45°

0019 답 30°

0020 답 60°

0021 $\tan 30^\circ=\frac{x}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $x=2\sqrt{3}$

$\cos 30^\circ=\frac{6}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\sqrt{3}y=12$ $\therefore y=4\sqrt{3}$

답 $x=2\sqrt{3}$, $y=4\sqrt{3}$

다른풀이

$\sin 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{y}=\frac{1}{2}$이므로 $y=4\sqrt{3}$

0022 $\cos 45^\circ=\frac{4}{x}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\sqrt{2}x=8$ $\therefore x=4\sqrt{2}$

$\tan 45^\circ=\frac{y}{4}=1$이므로 $y=4$ 답 $x=4\sqrt{2}$, $y=4$

0023 $\cos 60^\circ=\frac{x}{4}=\frac{1}{2}$이므로 $x=2$

$\sin 60^\circ=\frac{y}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $y=2\sqrt{3}$ 답 $x=2$, $y=2\sqrt{3}$

0024 $\sin 30^\circ=\frac{x}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$이므로 $x=\sqrt{3}$

$\cos 30^\circ=\frac{y}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $y=3$ 답 $x=\sqrt{3}$, $y=3$

0025 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$ 답 $\overline{AB}$

0026 $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ 답 $\overline{OB}$

0027 $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$ 답 $\overline{CD}$

0028 $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ 답 $\overline{OB}$

0029 $\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$ 답 $\overline{AB}$

0030 $\sin 56^\circ=\dfrac{0.83}{1}=0.83$ 답 **0.83**

0031 $\cos 56^\circ=\dfrac{0.56}{1}=0.56$ 답 **0.56**

0032 $\tan 56^\circ=\dfrac{1.48}{1}=1.48$ 답 **1.48**

0033 $90^\circ-56^\circ=34^\circ$이므로
$\sin 34^\circ=\dfrac{0.56}{1}=0.56$ 답 **0.56**

0034 $\cos 34^\circ=\dfrac{0.83}{1}=0.83$ 답 **0.83**

0035 $\tan 0^\circ+\sin 0^\circ=0+0=0$ 답 **0**

0036 $\sin 0^\circ+\cos 0^\circ=0+1=1$ 답 **1**

0037 $\tan 0^\circ-\cos 90^\circ+\sin 90^\circ=0-0+1=1$ 답 **1**

0038 $\sin 90^\circ\times\sin 30^\circ=1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

0039 $\cos 90^\circ+\sin 0^\circ\times\sin 90^\circ=0+0\times1=0$ 답 **0**

0040 $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로
$\cos 20^\circ \boxed{>} \cos 70^\circ$ 답 $>$

0041 $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\sin x$의 값도 증가하므로
$\sin 20^\circ \boxed{<} \sin 70^\circ$ 답 $<$

0042 $0^\circ\le x< 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값은 무한히 증가하므로
$\tan 20^\circ \boxed{<} \tan 70^\circ$ 답 $<$

0043 $0^\circ\le x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$이므로
$\sin 25^\circ \boxed{<} \cos 25^\circ$ 답 $<$

0044 답 $=$

0045 답 **0.7431**

0046 답 **0.6293**

0047 답 **1.0355**

0048 답 **0.7547**

0049 답 **0.6820**

0050 답 **1.1918**

0051 답 **50°**

0052 답 **49°**

0053 답 **51°**

유형 익히기

본문 p.12~20

0054 $\overline{BC}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로
① $\sin B=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$
② $\cos B=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
③ $\sin C=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
④ $\cos C=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$
⑤ $\tan C=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0055 $\sin A=\dfrac{a}{b}$, $\cos A=\dfrac{c}{b}$, $\tan A=\dfrac{a}{c}$
$\sin C=\dfrac{c}{b}$, $\cos C=\dfrac{a}{b}$, $\tan C=\dfrac{c}{a}$
$\therefore \sin A=\cos C$ 답 ④

0056 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$이므로

$\sin B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, $\cos B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\therefore \sin B+\cos B=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

0057 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:3$이므로 $\overline{AB}=2k$, $\overline{AC}=3k\ (k>0)$라 하면

$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5k^2}=\sqrt{5}k$

$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}k}{2k}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ 답 ⑤

0058 △ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-3^2}=\sqrt{25}=5$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{13}$ 답 $\frac{12}{13}$

0059 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$이므로

$\tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

△ADC에서 $\overline{DC}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$이므로

$\tan y=\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}=\frac{12}{5}$

$\therefore \tan x\times\tan y=\frac{4}{3}\times\frac{12}{5}=\frac{16}{5}$ 답 ⑤

0060 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{21})^2-3^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

0061 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{20}=\frac{3}{5}$이므로 $\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$ 답 ⑤

0062 $\tan B=\frac{6}{\overline{AB}}=3$이므로 $\overline{AB}=2$

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$이므로

$\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{10}}{10}$

0063 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{12}=\frac{\sqrt{5}}{3}$이므로 $\overline{AB}=4\sqrt{5}$ ㉮

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{5})^2}=\sqrt{64}=8$이므로 ㉯

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times8=16\sqrt{5}$ ㉰

답 $16\sqrt{5}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
㉰	△ABC의 넓이 구하기	20 %

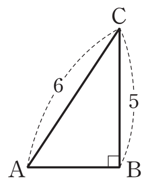
0064 △ABH에서 $\sin B=\frac{\overline{AH}}{20}=\frac{3}{4}$이므로

$\overline{AH}=15$

△AHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \cos C=\frac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\frac{8}{17}$ 답 $\frac{8}{17}$

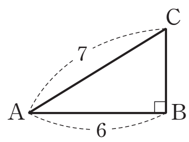
0065 $\sin A=\frac{5}{6}$이므로 이를 만족시키는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AB}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$이므로

$\cos A\times\tan A=\frac{\sqrt{11}}{6}\times\frac{5}{\sqrt{11}}=\frac{5}{6}$ 답 $\frac{5}{6}$

0066 $\angle B=90°$이고 $\cos A=\frac{6}{7}$인 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

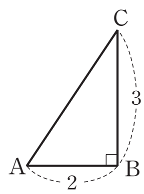


$\overline{BC}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$이므로

$\tan C=\frac{6}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$ 답 ⑤

0067 $2\tan A-3=0$에서 $\tan A=\frac{3}{2}$

이를 만족시키는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로

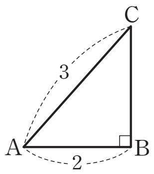
$\sin A=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos A=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \frac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos A}=\frac{\frac{3\sqrt{13}}{13}+\frac{2\sqrt{13}}{13}}{\frac{3\sqrt{13}}{13}-\frac{2\sqrt{13}}{13}}=5$ 답 ③

0068 $3\cos A-2=0$에서 $\cos A=\frac{2}{3}$ ㉮

이를 만족시키는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로 ····· ㉯

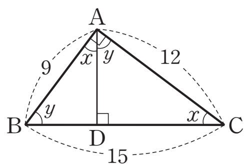
$\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ····· ㉰

$\therefore 30\sin A\times\tan A=30\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=25$ ····· ㉱

답 **25**

단계	채점요소	배점
㉮	$\cos A$의 값 구하기	20 %
㉯	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
㉰	$\sin A$, $\tan A$의 값 구하기	40 %
㉱	$30\sin A\times\tan A$의 값 구하기	20 %

0069 △ABC와 △DBA에서



∠B는 공통,

∠BAC=∠BDA=90°

이므로 △ABC∽△DBA (AA 닮음)

∴ ∠BCA=∠BAD=x

같은 방법으로 △ABC∽△DAC (AA 닮음)이므로

∠ABC=∠DAC=y

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$이므로

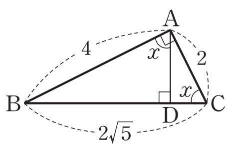
$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

$\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{5}$

답 $\dfrac{6}{5}$

0070 △ABC와 △DBA에서



∠B는 공통,

∠BAC=∠BDA=90°

이므로 △ABC∽△DBA (AA 닮음)

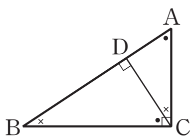
∴ ∠BCA=∠BAD=x

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

답 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

0071 △ABC와 △CBD에서



∠B는 공통,

∠ACB=∠CDB=90°

이므로 △ABC∽△CBD (AA 닮음)

∴ ∠BAC=∠BCD

같은 방법으로 △ABC∽△ACD (AA 닮음)이므로

∠ABC=∠ACD

① △CBD에서 $\sin A=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

② △CBD에서 $\cos A=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}}$

③ △CBD에서 $\tan A=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$

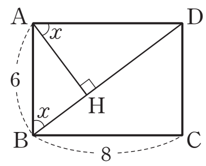
④ △ACD에서 $\sin B=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

⑤ △ACD에서 $\tan B=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0072 △ABD와 △HAD에서



∠D는 공통,

∠BAD=∠AHD=90°

이므로 △ABD∽△HAD (AA 닮음)

∴ ∠ABD=∠HAD=x

△ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$이므로

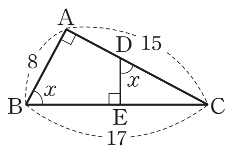
$\sin x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin x-\cos x=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$

답 $\dfrac{1}{5}$

0073 △ABC와 △EDC에서



∠C는 공통,

∠BAC=∠DEC=90°

이므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)

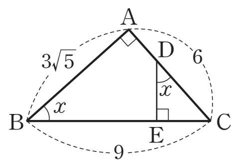
∴ ∠ABC=∠EDC=x

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{17}$

답 $\dfrac{8}{17}$

0074 △ABC와 △EDC에서



∠C는 공통,

∠BAC=∠DEC=90°

이므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)

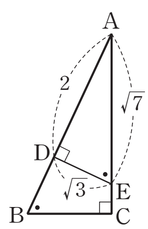
∴ ∠ABC=∠EDC=x

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{9}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

답 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

0075 △ABC와 △AED에서



∠A는 공통,

∠ACB=∠ADE=90°

이므로 △ABC∽△AED (AA 닮음)

∴ ∠ABC=∠AED

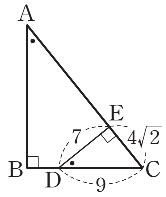
△AED에서 $\overline{DE}=\sqrt{(\sqrt{7})^2-2^2}=\sqrt{3}$이므로

$\sin B=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AE}}=\dfrac{2}{\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

$\cos B=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

$\therefore \sin B\times\cos B=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}\times\dfrac{\sqrt{21}}{7}=\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$ 답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$

0076 △ABC와 △DEC에서



∠C는 공통,

∠ABC=∠DEC=90°

이므로 △ABC∽△DEC (AA 닮음)

∴ ∠BAC=∠EDC

△DEC에서 $\overline{CE}=\sqrt{9^2-7^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{DC}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

$\tan A=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{7}$

$\therefore \dfrac{\sin A}{\tan A}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}\div\dfrac{4\sqrt{2}}{7}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}\times\dfrac{7}{4\sqrt{2}}=\dfrac{7}{9}$ 답 $\dfrac{7}{9}$

0077 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$x-2y+8=0$에

$y=0$을 대입하여 정리하면 $x=-8$이므로 A$(-8, 0)$

$x=0$을 대입하여 정리하면 $y=4$이므로 B$(0, 4)$

△AOB에서 $\overline{OA}=8$, $\overline{OB}=4$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$\therefore \sin\alpha\times\tan\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}\times\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$

$=\dfrac{4}{4\sqrt{5}}\times\dfrac{4}{8}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ 답 $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

0078 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$4x+3y-6=0$에

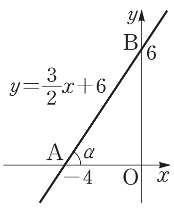
$y=0$을 대입하여 정리하면 $x=\dfrac{3}{2}$이므로 A$\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$

$x=0$을 대입하여 정리하면 $y=2$이므로 B$(0, 2)$

△ABO에서 $\overline{OA}=\dfrac{3}{2}$, $\overline{OB}=2$이므로

$\tan\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{2}{\frac{3}{2}}=\dfrac{4}{3}$ 답 $\dfrac{4}{3}$

0079 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=\dfrac{3}{2}x+6$에

$y=0$을 대입하여 정리하면 $x=-4$이므로

A$(-4, 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=6$이므로 B$(0, 6)$

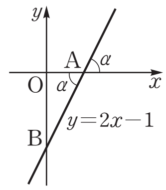
△AOB에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=6$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

$\therefore \sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}-\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{2\sqrt{13}}-\dfrac{4}{2\sqrt{13}}$

$=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$ 답 $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$

0080 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=2x-1$에

$y=0$을 대입하여 정리하면 $x=\dfrac{1}{2}$이므로

A$\left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$

$x=0$을 대입하면 $y=-1$이므로 B$(0, -1)$

△OBA에서 $\overline{OA}=\dfrac{1}{2}$, $\overline{OB}=1$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+1^2}=\sqrt{\dfrac{5}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

이때 $\angle OAB=\alpha$ (맞꼭지각)이므로

$\sin\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos\alpha=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin^2\alpha-\cos^2\alpha=\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^2=\dfrac{4}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{3}{5}$ 답 $\dfrac{3}{5}$

0081 △EFG에서 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

△CEG는 ∠CGE=90°인 직각삼각형이므로

$\overline{CE}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 ④

0082 △FGH에서 $\overline{FH}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

△DFH는 ∠DHF=90°인 직각삼각형이므로

$\overline{DF}=\sqrt{10^2+4^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$

······ 가

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{DF}}=\dfrac{4}{2\sqrt{29}}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$

$\cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\dfrac{10}{2\sqrt{29}}=\dfrac{5\sqrt{29}}{29}$

······ 나

$\therefore \sin x\times\cos x=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}\times\dfrac{5\sqrt{29}}{29}=\dfrac{10}{29}$

······ 다

답 $\dfrac{10}{29}$

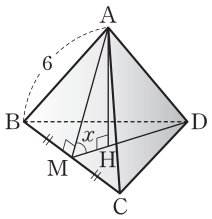
단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{\text{FH}}$, $\overline{\text{DF}}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	40 %
㉰	$\sin x \times \cos x$의 값 구하기	20 %

0083 △ABM은 ∠AMB=90°인 직각삼각형이므로

$\overline{\text{AM}}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$\overline{\text{DM}}=\overline{\text{AM}}=3\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로



$\overline{\text{MH}}=\frac{1}{3}\overline{\text{DM}}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

△AMH에서

$\overline{\text{AH}}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{\text{AH}}}{\overline{\text{AM}}}=\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan x=\frac{\overline{\text{AH}}}{\overline{\text{MH}}}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

$\therefore \frac{\sin x}{\tan x}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\div 2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$ 답 ②

다른풀이

$$\frac{\sin x}{\tan x}=\frac{\frac{\overline{\text{AH}}}{\overline{\text{AM}}}}{\frac{\overline{\text{AH}}}{\overline{\text{MH}}}}=\frac{\overline{\text{MH}}}{\overline{\text{AM}}}=\frac{\frac{1}{3}\overline{\text{DM}}}{\overline{\text{AM}}}=\frac{\frac{1}{3}\overline{\text{AM}}}{\overline{\text{AM}}}=\frac{1}{3}$$

참고

정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면인 정삼각형의 무게중심이다.

0084 ① (좌변)$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

② (좌변)$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$

③ (좌변)$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-2\times\frac{1}{2}=1-1=0$

④ (좌변)$=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}-1=2-1=1$

⑤ (좌변)$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-3}{6}$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

0085 (주어진 식)$=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$ 답 $-\frac{1}{4}$

0086 (주어진 식)$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\times 1}{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+2\times\frac{1}{2}}$

$=3+\frac{1-2}{1+1}=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$ 답 $\frac{5}{2}$

0087 세 내각의 크기의 비가 3 : 4 : 5이고 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$A=180°\times\frac{3}{3+4+5}=45°$

$\therefore \sin A\times\cos A\times\tan A=\sin 45°\times\cos 45°\times\tan 45°$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0088 $0°<x<30°$에서 $0°<2x<60°$

$\therefore 30°<2x+30°<90°$

$\cos 60°=\frac{1}{2}$이므로

$2x+30°=60°$ $\quad\therefore x=15°$

$\therefore \tan 3x-\sin 2x=\tan 45°-\sin 30°$

$=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0089 $10°<x<55°$에서 $20°<2x<110°$

$\therefore 0°<2x-20°<90°$

$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2x-20°=60°$ $\quad\therefore x=40°$ 답 40°

0090 $0°<x<15°$에서 $-45°<-3x<0°$

$\therefore 15°<60°-3x<60°$

$\tan 45°=1$이므로

$60°-3x=45°$ $\quad\therefore x=5°$

$\therefore$ (주어진 식)$=\cos 45°\times\sin 30°$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

0091 $4x^2-4x+1=0$에서 $(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 $\cos A=\frac{1}{2}$이므로 ∠A=60° 답 60°

0092 △ABD에서 $\sin 45°=\frac{\overline{\text{AD}}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\overline{\text{AD}}=12$ $\quad\therefore \overline{\text{AD}}=6$

△ADC에서 $\sin 60°=\frac{6}{\overline{\text{AC}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3}\,\overline{\text{AC}}=12$ $\quad\therefore \overline{\text{AC}}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0093 $\triangle$DBC에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{9}=1$

$\therefore \overline{BC}=9$

$\triangle$ABC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{9}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3}\,\overline{AC}=18 \qquad \therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}$ 답 ⑤

0094 $\triangle$ABD에서 $\angle BAD=60^\circ-30^\circ=30^\circ$이므로 $\triangle$ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle$ADC에서 $\overline{AD}=x$이므로

$\cos 60^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{x}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore x=4\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ=\dfrac{y}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3} \qquad \therefore y=6$

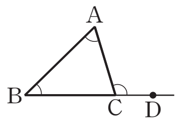
$\therefore xy=4\sqrt{3}\times 6=24\sqrt{3}$ 답 $\mathbf{24\sqrt{3}}$

참고

삼각형의 외각의 성질

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

⇨ $\angle ACD=\angle A+\angle B$



0095 $\triangle$BCD에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{8}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}\,\overline{BD}=16 \qquad \therefore \overline{BD}=8\sqrt{2}$ ㉮

$\triangle$ABD에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{8\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{2}$ ㉯

답 $\mathbf{4\sqrt{2}}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{BD}$의 길이 구하기	50 %
㉯	$\overline{AB}$의 길이 구하기	50 %

0096 $\triangle$ABC에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=3$

$\angle BAC=60^\circ$이므로 $\angle DAC=\dfrac{1}{2}\angle A=30^\circ$

$\triangle$ADC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{y}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore y=\sqrt{3}$

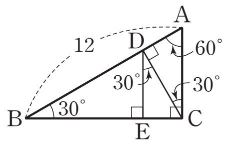
$\sin 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}$

$\angle B=\angle BAD=30^\circ$이므로 $\triangle$ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore x=2\sqrt{3}$

$\therefore x-y=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 답 $\mathbf{\sqrt{3}}$

0097 $\triangle$ABC에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AC}=6$

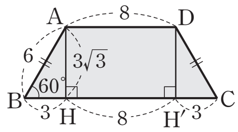
$\triangle$ADC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{3}$

$\triangle$DEC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{DE}=\dfrac{9}{2}$ 답 $\mathbf{\dfrac{9}{2}}$

0098 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



$\triangle$ABH에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{6}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{BH}=3$

이때 $\overline{CH'}=\overline{BH}=3$이므로

$\overline{AD}=\overline{HH'}=14-3-3=8$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(8+14)\times 3\sqrt{3}$

$=33\sqrt{3}$ 답 $\mathbf{33\sqrt{3}}$

0099 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 45^\circ=1$

직선 $y=x+b$가 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로

$1=-1+b \qquad \therefore b=2$

$\therefore y=x+2$ 답 ②

0100 $a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로

$0=\sqrt{3}\times(-2)+b \qquad \therefore b=2\sqrt{3}$

$\therefore ab=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=6$ 답 **6**

0101 $3y-\sqrt{3}x-9=0$에서

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$

그래프가 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 α라 하면

$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\alpha=30^\circ$ 답 $\mathbf{30^\circ}$

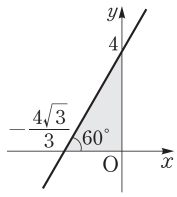
0102 주어진 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면
$a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

㉮

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(\sqrt{3},\ 7)$을 지나므로
$7=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+b \qquad \therefore\ b=4$
즉, 직선의 방정식은 $y=\sqrt{3}x+4$

㉯

직선 $y=\sqrt{3}x+4$의 x절편은 $-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, y절편은 4이므로 구하는 삼각형의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\times 4=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$



㉰

답 $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

단계	채점요소	배점
㉮	직선의 기울기 구하기	30 %
㉯	직선의 방정식 구하기	40 %
㉰	삼각형의 넓이 구하기	30 %

0103 ③ $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$
④ $\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$
⑤ $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $z=y$ (동위각)
$\therefore\ \sin z=\sin y=\overline{OB}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0104 $\cos 35^\circ=\dfrac{0.82}{1}=0.82$, $\tan 35^\circ=\dfrac{0.7}{1}=0.7$
$\therefore\ \cos 35^\circ+\tan 35^\circ=0.82+0.7=1.52$ 답 **1.52**

0105 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle OAB=y$ (동위각)
따라서 점 A의 좌표는
$(\cos x,\ \sin x)$, $(\cos x,\ \cos y)$,
$(\sin y,\ \sin x)$, $(\sin y,\ \cos y)$
의 4가지가 될 수 있다. 답 ③

0106 ① $\sin 0^\circ+\tan 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0+0=0$
② $\tan 45^\circ-\sin 90^\circ=1-1=0$
③ $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ=1+1=2$
④ $\sin 60^\circ=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $\cos 90^\circ-\sin 90^\circ=0-1=-1$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0107 $(\text{주어진 식})=1\times\sqrt{3}-1\times 0+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 답 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

0108 ① $(\sin 0^\circ+\cos 0^\circ)\times\tan 45^\circ=(0+1)\times 1=1$
② $\dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}\times\sin 90^\circ=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\times 1=1$
③ $\dfrac{\tan 45^\circ}{\cos 0^\circ+\sin 90^\circ}=\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{\cos 90^\circ+\sin 90^\circ}{\cos 0^\circ+\sin 0^\circ}=\dfrac{0+1}{1+0}=1$
⑤ $\dfrac{\sin 30^\circ+\cos 60^\circ}{\sin 90^\circ}=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{1}=1$
따라서 계산 결과가 다른 하나는 ③이다. 답 ③

0109 ① $0^\circ\le A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$이므로
$\sin 23^\circ<\cos 23^\circ$
② $45^\circ<A\le 90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A$이므로
$\sin 75^\circ>\cos 75^\circ$
③ $0^\circ\le A\le 90^\circ$인 범위에서 A의 크기가 증가하면 $\cos A$의 값은 감소하므로
$\cos 48^\circ>\cos 50^\circ$
④ $0^\circ\le A<90^\circ$인 범위에서 A의 크기가 증가하면 $\tan A$의 값은 무한히 증가하므로
$\tan 20^\circ<\tan 40^\circ$
⑤ $\tan 45^\circ=1$에서 $\tan 50^\circ>1$이고 $0<\cos 70^\circ<1$이므로
$\tan 50^\circ>\cos 70^\circ$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0110 ① $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$
② $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
③ $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$이므로 $\cos 45^\circ<\tan 45^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

0111 $45^\circ<A<90^\circ$이므로 $\cos A<\sin A<1$
$\tan 45^\circ=1$이고 $0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값은 무한히 증가하므로 $1<\tan A$
$\therefore\ \cos A<\sin A<\tan A$ 답 ②

0112 $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가하고, $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소하므로
$\sin 15^\circ<\sin 45^\circ=\cos 45^\circ<\sin 80^\circ<1$ …… ㉠
$\cos 0^\circ=1$ …… ㉡

또한 $\tan 45^\circ=1$이고 $0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값은 무한히 증가하므로

$\tan 45^\circ<\tan 46^\circ$　　$\therefore 1<\tan 46^\circ$　　…… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\sin 15^\circ<\cos 45^\circ<\sin 80^\circ<\cos 0^\circ<\tan 46^\circ$

답 **$\sin 15^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\sin 80^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\tan 46^\circ$**

0113　$\sin 53^\circ=0.7986$이므로 $x=53^\circ$

$\cos 51^\circ=0.6293$이므로 $y=51^\circ$

$\therefore x+y=53^\circ+51^\circ=104^\circ$　　답 **104°**

0114　$\cos A=\dfrac{7.547}{10}=0.7547$이므로

$\angle A=41^\circ$　　답 **41°**

0115　④ $\tan 75^\circ-\cos 76^\circ=3.7321-0.2419=3.4902$

⑤ $\sin 75^\circ+\cos 78^\circ=0.9659+0.2079=1.1738$　　답 ⑤

0116　$\sin 64^\circ=\dfrac{x}{100}=0.8988$에서 $x=89.88$

$\cos 64^\circ=\dfrac{y}{100}=0.4384$에서 $y=43.84$

$\therefore x-y=89.88-43.84=46.04$　　답 **46.04**

0117　$\angle A=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$이므로

$\cos 40^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{10}=0.7660$

$\therefore \overline{AC}=7.660$　　답 **7.660**

0118　$\angle B=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$이므로

$\sin 35^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{100}=0.5736$

$\therefore \overline{AC}=57.36$

…… ㉮

$\cos 35^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{100}=0.8192$

$\therefore \overline{BC}=81.92$

…… ㉯

$\therefore \overline{AC}+\overline{BC}=57.36+81.92=139.28$

…… ㉰

답 **139.28**

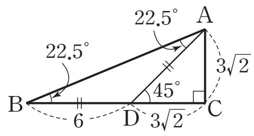
단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
㉰	$\overline{AC}+\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %

유형 UP

본문 p.21

0119　$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=6$이므로 $\angle DAB=\angle B=22.5^\circ$

$\therefore \angle ADC=22.5^\circ+22.5^\circ=45^\circ$



$\triangle ADC$에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{AC}=3\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{CD}=3\sqrt{2}$

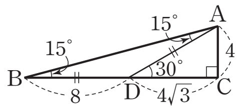
따라서 $\triangle ABC$에서

$\tan 22.5^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{6+3\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$　　답 ②

0120　$\triangle ABD$에서

$\angle BAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=8$



$\triangle ADC$에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AC}=4$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{CD}=4\sqrt{3}$

따라서 $\triangle ABC$에서

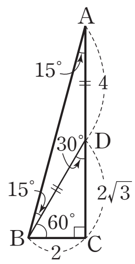
$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{8+4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$　　답 ②

0121　$\overline{AD}=\overline{BD}$이고

$\angle BDC=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

$\therefore \angle ABC=15^\circ+60^\circ=75^\circ$



$\triangle DBC$에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{2}{\overline{BD}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=4$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{2}=\sqrt{3}$　　$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$　　답 **$2+\sqrt{3}$**

0122　$45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<\sin x<1$이므로

$\sin x-\cos x>0$, $1-\cos x>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(\sin x-\cos x)-(1-\cos x)$

$=\sin x-1$　　답 **$\sin x-1$**

0123　$0^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\sin A<1$이므로

$\sin A+1>0$, $\sin A-1<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(\sin A+1)-(\sin A-1)$

$=2$ 답 ⑤

0124 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\sin x<\tan x$이므로

$\sin x-\tan x<0$, $\tan x-\sin x>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sin x-\tan x)-(\tan x-\sin x)$

$=0$ 답 ③

0125 $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $0<\sin x<\cos x$이므로

$\sin x-\cos x<0$, $\sin x+\cos x>0$

$\therefore \sqrt{(\sin x-\cos x)^2}+\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}$

$=-(\sin x-\cos x)+(\sin x+\cos x)$

$=2\cos x$

이때 $2\cos x=\sqrt{3}$이므로 $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x=30^\circ$

$\therefore \tan x=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

중단원 마무리하기

본문 p.22~25

0126 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=\sqrt{9}=3$이므로

$\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos A=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$ 답 ③

0127 $\sin A=\dfrac{4}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\sqrt{3}\,\overline{AB}=12$ $\quad\therefore \overline{AB}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

① $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

② $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

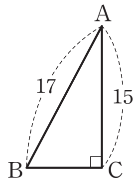
⑤ $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0128 $\angle C=90^\circ$이고

$\sin(90^\circ-A)=\sin B=\dfrac{15}{17}$

이를 만족시키는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



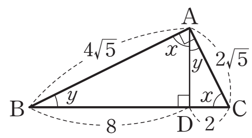
$\overline{BC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$이므로

$\tan A=\dfrac{8}{15}$

답 ③

0129 $\triangle ABC\backsim\triangle DBA\backsim\triangle DAC$

(AA 닮음)이므로



$\angle ABC=\angle DAC=y$,

$\angle ACB=\angle DAB=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}^2=8\times10=80$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{5}$ ($\because \overline{AB}>0$)

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로 $\overline{AC}^2=2\times10=20$

$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{5}$ ($\because \overline{AC}>0$)

① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{10}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\sin y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{10}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

③ $\cos x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{10}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

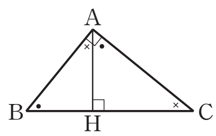
④ $\tan x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=2$

⑤ $\tan y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}=\dfrac{1}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

참고

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABC\backsim\triangle HBA\backsim\triangle HAC$

(AA 닮음)

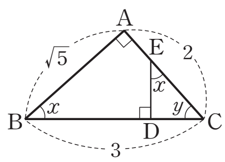
① $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

② $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$

③ $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$

0130 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이고



$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle DEC=x$

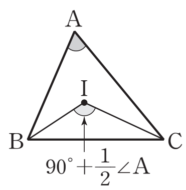
$\therefore \cos x\times\tan y=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{5}{6}$ 답 ③

0131 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.
$2x-3y+6=0$에
$y=0$을 대입하여 정리하면 $x=-3$이므로 A$(-3,\ 0)$
$x=0$을 대입하여 정리하면 $y=2$이므로 B$(0,\ 2)$
△AOB에서 $\overline{\text{OA}}=3$, $\overline{\text{OB}}=2$이므로
$\overline{\text{AB}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$
$\therefore \sin a+\cos a=\dfrac{\overline{\text{OB}}}{\overline{\text{AB}}}+\dfrac{\overline{\text{OA}}}{\overline{\text{AB}}}$
$=\dfrac{2}{\sqrt{13}}+\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$ 답 $\boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{13}}{13}}$

0132 $\cos 30^\circ-\cos 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
이차방정식 $2x^2-ax+1=0$에 $x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$을 대입하면
$2\left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2-a\times\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}+1=0$
$(\sqrt{3}-1)a=6-2\sqrt{3}$
$\therefore a=\dfrac{6-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=2\sqrt{3}$ 답 ③

0133 점 I가 △ABC의 내심이므로
$\angle\text{BIC}=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle\text{A}$에서
$105^\circ=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle\text{A}$ $\quad\therefore \angle\text{A}=30^\circ$
$\therefore \angle\text{ABC}=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$
$\therefore 3\sin A+\cos A\times\tan B=3\sin 30^\circ+\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ$
$=3\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=3$
답 **3**

참고
점 I가 △ABC의 내심일 때,
$\angle\text{BIC}=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle\text{A}$



0134 $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=45^\circ$
$\therefore \tan(x+15^\circ)+\tan(75^\circ-x)$
$=\tan 60^\circ+\tan 30^\circ$
$=\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 답 $\boldsymbol{\dfrac{4\sqrt{3}}{3}}$

0135 △ADC에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{\text{AD}}}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \overline{\text{AD}}=4\sqrt{2}$
△ABD에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{4\sqrt{2}}{\overline{\text{BD}}}=\sqrt{3}$
$\sqrt{3}\,\overline{\text{BD}}=4\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{BD}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ 답 ⑤

0136 $\overline{\text{OC}}=\overline{\text{OA}}=12$이고 $\angle\text{COD}=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
△COD에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{\text{CD}}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\therefore \overline{\text{CD}}=6\sqrt{3}$ 답 ③

0137 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하자.
$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로 $\alpha=30^\circ$
$\therefore a=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
y절편이 3이므로 $b=3$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$ 답 $\boldsymbol{y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3}$

0138 ② $\cos x=0.75$ 답 ②

0139 ㄱ. $2\tan 45^\circ\times\sin 45^\circ=2\times1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$
ㄴ. $\tan 0^\circ\times\cos 0^\circ=0\times1=0$
ㄷ. $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ\times\tan 45^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times1=1$
ㄹ. $\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ+\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ=1\times1+0\times0=1$
ㅁ. $\sin 90^\circ\div\sin 30^\circ-\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\div\dfrac{1}{2}-1\times1=1$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

0140 $0^\circ\le x<45^\circ$일 때 $\sin x<\cos x$이고 $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로
$\sin 25^\circ<\cos 25^\circ<\cos 10^\circ$
또한 $\tan 45^\circ=1$이고 $0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값은 무한히 증가하므로
$\tan 45^\circ<\tan 75^\circ$
$\therefore \sin 25^\circ<\cos 25^\circ<\cos 10^\circ<\tan 45^\circ<\tan 75^\circ$
따라서 가장 작은 것은 ①이다. 답 ①

0141 ① x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소한다.
③ $0^\circ\le x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$
$x=45^\circ$일 때, $\sin x=\cos x$
$45^\circ<x\le 90^\circ$일 때, $\sin x>\cos x$
④ $\tan 45^\circ=1$이고 $0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값은 무한히 증가한다.
또한 $45^\circ\le x<90^\circ$일 때, $\sin x<1$이므로
$\sin x<\tan x$
⑤ $x=45^\circ$일 때, $\sin x=\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0142 $\sin 47^\circ+\cos 50^\circ-\tan 48^\circ$
$=0.7314+0.6428-1.1106$
$=0.2636$

답 ①

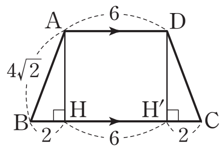
0143 $\sin A=\dfrac{8.192}{10}=0.8192$이고 $\sin 55^\circ=0.8192$이므로
$\angle A=55^\circ$
$\cos 55^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{10}=0.5736$이므로
$\overline{AC}=5.736$

답 **5.736**

0144 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\tan A<1$이므로
$\tan A-1<0$, $\tan A+1>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(\tan A-1)+(\tan A+1)=2$

답 ⑤

0145 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

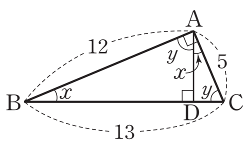


$\overline{HH'}=\overline{AD}=6$이므로
$\overline{BH}=\overline{CH'}=\dfrac{1}{2}\times(10-6)=2$
……… ㉮
$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-2^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
……… ㉯
$\therefore \tan B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$
……… ㉰

답 $\sqrt{7}$

단계	채점요소	배점
㉮	꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
㉰	$\tan B$의 값 구하기	30 %

0146 $\triangle ABC \backsim \triangle DBA \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로



$\angle ABC=\angle DAC=x$
$\angle BCA=\angle BAD=y$
……… ㉮
$\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
……… ㉯
$\therefore \sin x+\sin y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}+\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}=\dfrac{17}{13}$
……… ㉰

답 $\dfrac{17}{13}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ABC=x$, $\angle BCA=y$임을 알기	40 %
㉯	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
㉰	$\sin x+\sin y$의 값 구하기	40 %

0147 $\triangle EFG$에서
$\overline{EG}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
$\triangle AEG$는 $\angle AEG=90^\circ$인 직각삼각형이므로
$\overline{AG}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$
……… ㉮
$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\dfrac{4}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
$\tan x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{EG}}=\dfrac{4}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
……… ㉯
$\therefore \sqrt{3}\sin x+\sqrt{2}\tan x=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$=2$
……… ㉰

답 **2**

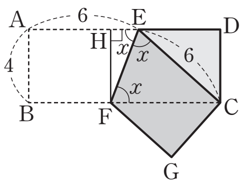
단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{EG}$, $\overline{AG}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\sin x$, $\tan x$의 값 구하기	40 %
㉰	$\sqrt{3}\sin x+\sqrt{2}\tan x$의 값 구하기	20 %

0148 $x^2-x+\dfrac{1}{4}=0$에서 $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}$
……… ㉮
이때 $\sin A=\dfrac{1}{2}$이므로 $A=30^\circ$
……… ㉯
$\therefore \dfrac{\tan 2A+1}{\tan 2A-1}-2\sin 3A$
$=\dfrac{\tan 60^\circ+1}{\tan 60^\circ-1}-2\sin 90^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}-2\times 1$
$=2+\sqrt{3}-2$
$=\sqrt{3}$
……… ㉰

답 $\sqrt{3}$

단계	채점요소	배점
㉮	이차방정식의 근 구하기	20 %
㉯	A의 크기 구하기	30 %
㉰	주어진 식의 값 구하기	50 %

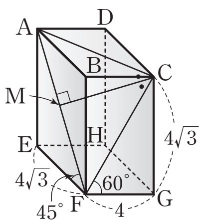
0149 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle CEF=\angle AEF$ (접은 각),
$\angle AEF=\angle CFE$ (엇각)
이므로 $\angle CEF=\angle CFE$
즉, $\triangle EFC$는 이등변삼각형이다.
$\overline{FC}=\overline{EC}=\overline{AE}=6$, $\overline{CG}=\overline{AB}=4$이므로 $\triangle CFG$에서
$\overline{FG}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{AH}=\overline{BF}=\overline{FG}=2\sqrt{5}$이므로
$\overline{EH}=\overline{AE}-\overline{AH}=6-2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle HFE$에서
$\tan x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{EH}}=\dfrac{4}{6-2\sqrt{5}}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ 답 ③

0150 $\triangle ABC$에서
$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{CF}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\triangle ADE$에서
$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{1}=1$ $\quad\therefore \overline{DE}=1$
$\therefore \square BDEC=\triangle ADE-\triangle ABC$
$=\dfrac{1}{2}\times1\times1-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$=\dfrac{1}{4}$ 답 $\dfrac{1}{4}$

0151 $\triangle CFG$에서
$\cos 60^\circ=\dfrac{4}{\overline{CF}}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{CF}=8$
$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CG}}{4}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CG}=4\sqrt{3}$
$\triangle AEF$에서
$\tan 45^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{EF}}=1$ $\quad\therefore \overline{EF}=4\sqrt{3}$
$\sin 45^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AF}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AF}=4\sqrt{6}$
오른쪽 그림과 같이 $\angle ACF$의 이등분선이 $\overline{AF}$와 만나는 점을 M이라 하면 $\triangle CAF$는 $\overline{CA}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{CM}\perp\overline{AF}$이고



$\overline{MF}=\dfrac{1}{2}\overline{AF}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}$
$\triangle CMF$에서
$\overline{CM}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{6})^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\therefore \cos\dfrac{x}{2}=\cos(\angle MCF)=\dfrac{\overline{CM}}{\overline{CF}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{8}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$ 답 ④

02 삼각비의 활용

교과서문제 정복하기

본문 p.27, 29

0152 답 $6, 4\sqrt{3}, 6, 2\sqrt{3}$

0153 답 $4, 2\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}$

0154 답 $9, 6\sqrt{3}, 9, 3\sqrt{3}$

0155 $x=10\sin 50^\circ=10\times0.77=7.7$
$y=10\cos 50^\circ=10\times0.64=6.4$ 답 $x=7.7,\ y=6.4$

0156 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$이므로
$x=5\sin 35^\circ=5\times0.57=2.85$
$y=5\cos 35^\circ=5\times0.82=4.1$ 답 $x=2.85,\ y=4.1$

0157 (1) $\overline{AH}=8\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$
(2) $\overline{BH}=8\cos 30^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$
(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
(4) $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
답 (1) 4 (2) $4\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{7}$

0158 (1) $\angle C=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$
(2) $\overline{BH}=4\sin 30^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2$
(3) $\overline{BC}=\dfrac{2}{\sin 45^\circ}=2\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$
답 (1) 45° (2) 2 (3) $2\sqrt{2}$

0159 (1) $\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$
(2) $\overline{AH}=12\sqrt{2}\sin 45^\circ=12\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=12$
(3) $\overline{AB}=\dfrac{12}{\sin 60^\circ}=12\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}$
답 (1) 45° (2) 12 (3) $8\sqrt{3}$

0160 (2) $\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$
(3) $\overline{BH}+\overline{CH}=8$이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h=8$
$\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}h=8$ $\quad\therefore h=4(3-\sqrt{3})$
답 (1) $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$
(2) $\overline{BH}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$, $\overline{CH}=h$ (3) $4(3-\sqrt{3})$

0161 (2) $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

(3) $\overline{BH}-\overline{CH}=4$이므로 $\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=4$

$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=4 \qquad \therefore h=2\sqrt{3}$

답 (1) $\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$

(2) $\overline{BH}=\sqrt{3}h$, $\overline{CH}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (3) $2\sqrt{3}$

0162 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0163 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=12$ 답 12

0164 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \frac{1}{2}=9\sqrt{3}$ 답 $9\sqrt{3}$

0165 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times 10\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

0166 $\square ABCD=8\times 6\times \sin 45^\circ$

$=8\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}=24\sqrt{2}$ 답 $24\sqrt{2}$

0167 $\square ABCD=4\times 3\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$=4\times 3\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=18$ 답 18

0168 $\square ABCD=5\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=5\times 4\times \sin 60^\circ$

$=5\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$ 답 $10\sqrt{3}$

0169 $\square ABCD=6\times 3\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=6\times 3\times \sin 45^\circ$

$=6\times 3\times \frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$ 답 $9\sqrt{2}$

0170 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 16\times 14\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 16\times 14\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=56\sqrt{2}$ 답 $56\sqrt{2}$

0171 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}$ 답 $20\sqrt{3}$

0172 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=16\sqrt{2}$ 답 $16\sqrt{2}$

0173 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=30\sqrt{3}$ 답 $30\sqrt{3}$

유형 익히기

본문 p.30~35

0174 $\angle A=90^\circ-34^\circ=56^\circ$

$\cos 34^\circ=\frac{x}{\overline{AB}}$에서 $\overline{AB}=\frac{x}{\cos 34^\circ}$

$\sin 56^\circ=\frac{x}{\overline{AB}}$에서 $\overline{AB}=\frac{x}{\sin 56^\circ}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이를 나타내는 것은 ①, ②이다.

답 ①, ②

0175 $\cos 40^\circ=\frac{15}{x}$이므로 $x=\frac{15}{\cos 40^\circ}$

$\tan 40^\circ=\frac{y}{15}$이므로 $y=15\tan 40^\circ$ 답 ⑤

참고

$\angle A=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로 $x=\frac{15}{\sin 50^\circ}$, $y=\frac{15}{\tan 50^\circ}$로 나타낼 수도 있다.

0176 $\overline{AB}=10\cos 43^\circ=10\times0.73=7.3$

$\overline{AC}=10\sin 43^\circ=10\times0.68=6.8$

따라서 $\overline{AB}$의 길이와 $\overline{AC}$의 길이의 차는

$7.3-6.8=0.5$ 답 **0.5**

0177 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle$CEG는 $\angle$CGE$=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{CG}=3\sqrt{2}\tan 60^\circ=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$3\times3\times3\sqrt{6}=27\sqrt{6}(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

0178 $\overline{GH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2(5\times3\sqrt{3}+5\times3+3\sqrt{3}\times3)=6(8\sqrt{3}+5)(\text{cm}^2)$

답 ③

0179 $\overline{AB}=8\sqrt{2}\cos 45^\circ=8\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8(\text{cm})$

$\overline{AC}=8\sqrt{2}\sin 45^\circ=8\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8(\text{cm})$

따라서 삼각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times6=192(\text{cm}^3)$ 답 **192 cm³**

0180 $\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 답 **$9\sqrt{3}\pi$ cm³**

0181 $\overline{BC}=10$ m이므로

$\overline{AC}=10\tan 60^\circ=10\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{AC}+\overline{CH}$

$=10\sqrt{3}+1.5(\text{m})$ 답 **$(10\sqrt{3}+1.5)$ m**

0182 $\overline{AB}=\frac{18}{\cos 30^\circ}=18\div\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{AC}=18\tan 30^\circ=18\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 부러지기 전 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=12\sqrt{3}+6\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\text{m})$ 답 **$18\sqrt{3}$ m**

0183 $\overline{DB}=15\tan 60^\circ=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}(\text{m})$

······ ㉮

$\overline{CB}=15\tan 45^\circ=15\times1=15(\text{m})$

······ ㉯

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{DB}-\overline{CB}=15\sqrt{3}-15(\text{m})$

······ ㉰

답 **$(15\sqrt{3}-15)$ m**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{DB}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{CB}$의 길이 구하기	40 %
㉰	$\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %

0184 $\overline{HO}=\overline{QR}=30$ m이므로

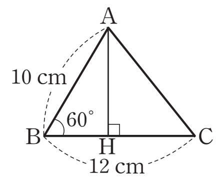
$\overline{PH}=30\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{HQ}=30\tan 45^\circ=30\times1=30(\text{m})$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{PH}+\overline{HQ}$

$=10\sqrt{3}+30(\text{m})$ 답 **$(10\sqrt{3}+30)$ m**

0185 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

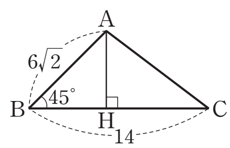
$=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-5=7(\text{cm})$이므로 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}(\text{cm})$ 답 **$2\sqrt{31}$ cm**

0186 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



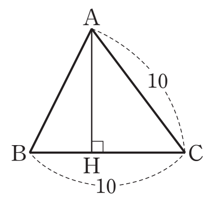
$\overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-6=8$이므로 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$ 답 **10**

0187 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



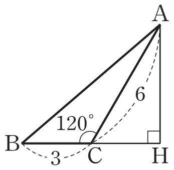
$\overline{CH}=10\cos C=10\times\frac{3}{5}=6$

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=10-6=4$이므로 $\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ 답 **$4\sqrt{5}$**

0188 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로 ㉮

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$ ㉯

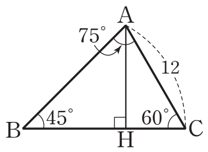
$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=3+3=6$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ ㉰

답 $\mathbf{3\sqrt{7}}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ACH$의 크기 구하기	20 %
㉯	$\overline{AH}$, $\overline{CH}$의 길이 구하기	50 %
㉰	$\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %

0189 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

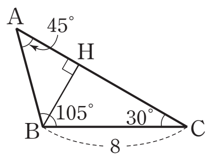


$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=6\sqrt{3}$

$\angle B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AB}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{6}$ 답 $\mathbf{6\sqrt{6}}$

0190 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

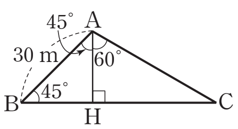


$\overline{BH}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$

$\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AB}=\frac{4}{\sin 45^\circ}=4\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ 답 $\mathbf{4\sqrt{2}}$

0191 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

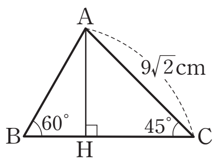


$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$ 이므로

$\overline{AH}=30\sin 45^\circ=30\times\frac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}(\text{m})$

$\therefore \overline{AC}=\frac{15\sqrt{2}}{\cos 60^\circ}=15\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=30\sqrt{2}(\text{m})$ 답 ④

0192 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=9\sqrt{2}\cos 45^\circ=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=9(\text{cm})$

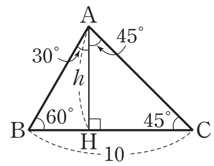
$\overline{AH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\frac{9}{\tan 60^\circ}=\frac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3\sqrt{3}+9(\text{cm})$ 답 $\mathbf{(3\sqrt{3}+9)\text{ cm}}$

0193 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

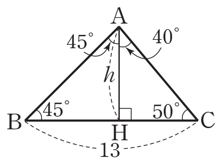
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=10$, $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=10$

$\therefore h=\frac{30}{\sqrt{3}+3}=5(3-\sqrt{3})$ 답 $\mathbf{5(3-\sqrt{3})}$

0194 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=40^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h$

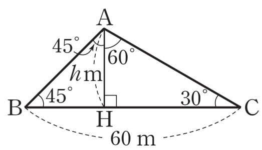
$\overline{CH}=h\tan 40^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$h+h\tan 40^\circ=13$, $(1+\tan 40^\circ)h=13$

$\therefore h=\frac{13}{1+\tan 40^\circ}$ 답 ④

0195 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH}=h$ m라 하면

$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$ 이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h(\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

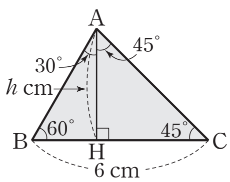
$h+\sqrt{3}h=60$, $(1+\sqrt{3})h=60$

$\therefore h=\frac{60}{1+\sqrt{3}}=30(\sqrt{3}-1)$

따라서 송신탑의 높이는 $30(\sqrt{3}-1)$ m이다.

답 $\mathbf{30(\sqrt{3}-1)\text{ m}}$

0196 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

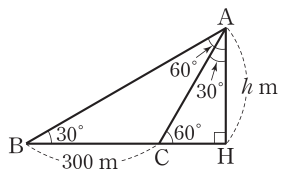
$\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=6,\ \frac{\sqrt{3}+3}{3}h=6$

$\therefore h=\frac{18}{\sqrt{3}+3}=3(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3(3-\sqrt{3})$

$=9(3-\sqrt{3})(cm^2)$ 　　　답 **$9(3-\sqrt{3})$ cm²**

0197 $\overline{AH}=h$ m라 하면



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(m)$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(m)$

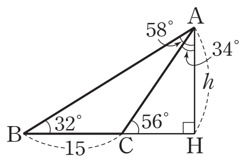
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=300,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}h=300$

$\therefore h=\frac{900}{2\sqrt{3}}=150\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=150\sqrt{3}$ m 　　　답 **$150\sqrt{3}$ m**

0198 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=58^\circ$, $\angle CAH=34^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 58^\circ$

$\overline{CH}=h\tan 34^\circ$

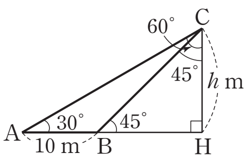
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$h\tan 58^\circ-h\tan 34^\circ=15$

$(\tan 58^\circ-\tan 34^\circ)h=15$

$\therefore h=\frac{15}{\tan 58^\circ-\tan 34^\circ}$ 　　　답 ①

0199 $\overline{CH}=h$ m라 하면



$\angle ACH=60^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(m)$

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h(m)$ 　　　㉮

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$\sqrt{3}h-h=10,\ (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$

$\therefore \overline{CH}=5(\sqrt{3}+1)$ m 　　　㉯

답 **$5(\sqrt{3}+1)$ m**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{CH}=h$ m로 놓고 $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이를 h를 사용하여 나타내기	50 %
㉯	$\overline{CH}$의 길이 구하기	50 %

0200 $\angle B=\angle C=75^\circ$이므로

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{1}{2}=16$ 　　　답 ③

0201 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 10\times \sin B=15\sqrt{2}$이므로

$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 　$\therefore \angle B=45^\circ$ 　　　답 **45°**

0202 $\tan B=\sqrt{3}$이므로 $\angle B=60^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 12\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 9\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}$ 　　　답 **$27\sqrt{3}$**

0203 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}=24\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ABG=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 24\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ 　　　답 **$8\sqrt{2}$**

0204 $\angle A=180^\circ-(32^\circ+28^\circ)=120^\circ$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$ 　　　답 ④

0205 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AC}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AC}\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AC}\times \frac{1}{2}$

$=2\overline{AC}$

따라서 $2\overline{AC}=14$이므로 $\overline{AC}=7$ 　　　답 **7**

0206 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 4\times \sin(180^\circ-B)=6\sqrt{2}$이므로

$\sin(180^\circ-B)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $180^\circ-\angle B=45^\circ$이므로

$\angle B=135^\circ$ 　　　답 **135°**

0207 $\overline{BC}=\overline{BD}=8$이므로

$\overline{AB}=8\sin 30^\circ=8\times \frac{1}{2}=4$ 　　　㉮

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$이므로
$\angle ABD=60^\circ+90^\circ=150^\circ$

…………… ㉯

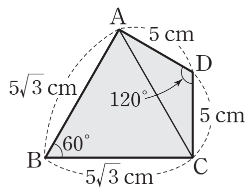
$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \frac{1}{2}$
$=8$

…………… ㉰

답 8

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\angle ABD$의 크기 구하기	30 %
㉰	$\triangle ABD$의 넓이 구하기	40 %

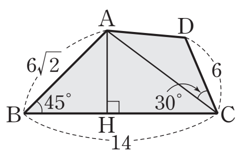
0208 대각선 AC를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$
$+\frac{1}{2}\times 5\times 5\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 5\times 5\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=\frac{75\sqrt{3}}{4}+\frac{25\sqrt{3}}{4}=25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

0209 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\frac{2\sqrt{3}}{\cos 60^\circ}=2\sqrt{3}\div\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$
$\therefore \square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=6\sqrt{3}+8\sqrt{3}=14\sqrt{3}$ 답 ②

0210 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ$
$=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$
$\therefore \overline{AH}=\overline{BH}=6$

…………… ㉮

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-6=8$이므로 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

…………… ㉯

$\therefore \square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 14\times \sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 14\times \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \frac{1}{2}$
$=42+15=57$

…………… ㉰

답 **57**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
㉰	$\square ABCD$의 넓이 구하기	40 %

0211 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\square ABCD=x\times x\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=x\times x\times \sin 45^\circ$
$=x\times x\times \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2(\text{cm}^2)$
따라서 $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2=18\sqrt{2}$이므로
$x^2=36 \quad \therefore x=6\ (\because x>0)$
즉, 마름모의 한 변의 길이는 6 cm이다. 답 ③

0212 $\square ABCD=18\times \overline{BC}\times \sin 30^\circ$
$=18\times \overline{BC}\times \frac{1}{2}=9\overline{BC}$
따라서 $9\overline{BC}=108$이므로 $\overline{BC}=12$ 답 **12**

0213 $\angle ABC=\angle ADC=120^\circ$이므로
$\square ABCD=5\times 8\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=5\times 8\times \sin 60^\circ$
$=5\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=20\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 20\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 **$5\sqrt{3}$ cm²**

0214 $\angle BAD+\angle B=180^\circ$이므로
$\angle B=180^\circ\times\frac{1}{3+1}=45^\circ$
$\therefore \square ABCD=10\times 12\times \sin 45^\circ$
$=10\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}=60\sqrt{2}$
$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{4}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times 60\sqrt{2}=15\sqrt{2}$ 답 **$15\sqrt{2}$**

0215 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times\overline{BD}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{BD}\times\sin45^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{BD}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}}{2}\overline{BD}$$

따라서 $\frac{3\sqrt{2}}{2}\overline{BD}=12\sqrt{2}$이므로 $\overline{BD}=8$ 답 **8**

0216 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=8$

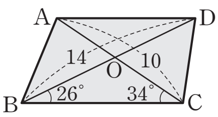
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin60^\circ$

$$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}$$ 답 ⑤

0217 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\triangle OBC$에서

$\angle BOC=180^\circ-(26^\circ+34^\circ)=120^\circ$



$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times14\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$$=\frac{1}{2}\times14\times10\times\sin60^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times14\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=35\sqrt{3}$$ 답 **$35\sqrt{3}$**

0218 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times16\times12\times\sin x$

$$=96\sin x$$

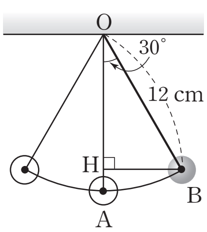
따라서 $96\sin x=48\sqrt{3}$이므로 $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x=60^\circ$ 답 **60°**

유형 UP

본문 p.36

0219 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OH}=12\cos30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}=12-6\sqrt{3}$

$$=6(2-\sqrt{3})\,(\text{cm})$$

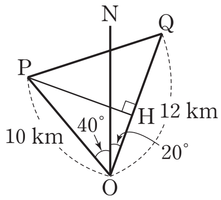
$\therefore x=6(2-\sqrt{3})$ 답 ③

0220 배가 2시간 동안 이동하였으므로

$\overline{OP}=5\times2=10\,(\text{km})$

$\overline{OQ}=6\times2=12\,(\text{km})$

점 P에서 $\overline{OQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle POH$에서



$\overline{OH}=10\cos60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5\,(\text{km})$

$\overline{PH}=10\sin60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$=5\sqrt{3}\,(\text{km})$$

$\therefore \overline{HQ}=\overline{OQ}-\overline{OH}=12-5=7\,(\text{km})$

$\triangle PHQ$에서

$\overline{PQ}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}\,(\text{km})$

따라서 두 배 사이의 거리는 $2\sqrt{31}$ km이다. 답 **$2\sqrt{31}$ km**

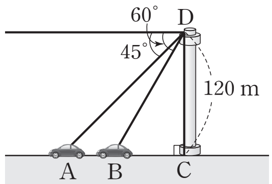
0221 $\overline{CD}=120$ m,

$\angle ADC=45^\circ$, $\angle BDC=30^\circ$

이므로 $\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=120\tan45^\circ$

$$=120\times1=120\,(\text{m})$$



$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=120\tan30^\circ=120\times\frac{\sqrt{3}}{3}=40\sqrt{3}\,(\text{m})$

이때 자동차가 10초 동안 이동한 거리는 $\overline{AB}$이므로

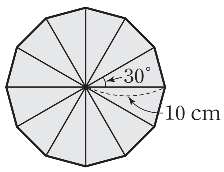
$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=120-40\sqrt{3}$

$$=40(3-\sqrt{3})\,(\text{m})$$

따라서 자동차의 속력은 $\frac{40(3-\sqrt{3})}{10}=4(3-\sqrt{3})\,(\text{m/s})$

답 **$4(3-\sqrt{3})$ m/s**

0222 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 꼭지각의 크기가 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$이고 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어진다. 따라서 정십이각형의 넓이는

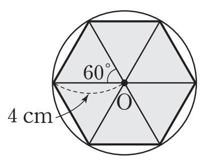


$12\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin30^\circ\right)$

$=12\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{1}{2}\right)$

$=300\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

0223 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다. 따라서 정육각형의 넓이는

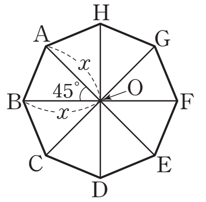


$6\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin60^\circ\right)$

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

0224 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 꼭지각의 크기가 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이고 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.



$\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 O라 하고 $\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\overline{BO}=x$라 하면

(정팔각형의 넓이)

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin 45^\circ\right)$

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=2\sqrt{2}x^2$

따라서 $2\sqrt{2}x^2=50\sqrt{2}$이므로

$x^2=25$ $\quad\therefore x=5\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AE}=2\overline{AO}=2\times5=10$

답 **10**

중단원 마무리하기

본문 p.37~39

0225 $x=10\sin 37^\circ=10\times0.6=6$

$y=10\cos 37^\circ=10\times0.8=8$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$10+6+8=24$

답 ②

0226 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$(cm)이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$(cm)

$\triangle OAH$에서

$\overline{OH}=3\sqrt{2}\tan 60^\circ=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}$(cm)

따라서 사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{6}=36\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

답 ⑤

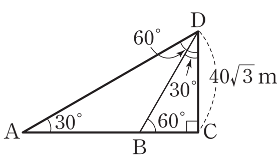
0227 $\overline{BH}=20\cos 30^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$(m)

$\therefore \overline{CH}=10\sqrt{3}\tan 45^\circ=10\sqrt{3}\times1=10\sqrt{3}$(m)

답 **$10\sqrt{3}$ m**

0228 $\angle ADC=60^\circ$,

$\angle BDC=30^\circ$이므로



$\overline{AC}=40\sqrt{3}\tan 60^\circ$

$\quad=40\sqrt{3}\times\sqrt{3}=120$(m)

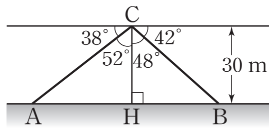
$\overline{BC}=40\sqrt{3}\tan 30^\circ$

$\quad=40\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=40$(m)

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=120-40=80$(m)

답 ④

0229 드론의 위치를 C라 하고 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=30$ m, $\angle ACH=52^\circ$,

$\angle BCH=48^\circ$이므로

$\overline{AH}=30\tan 52^\circ=30\times1.28=38.4$(m)

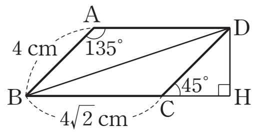
$\overline{BH}=30\tan 48^\circ=30\times1.11=33.3$(m)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는

$38.4+33.3=71.7$(m)

답 **71.7 m**

0230 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle DCH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

이므로

$\overline{CH}=\overline{CD}\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\quad=2\sqrt{2}$(cm)

$\overline{DH}=\overline{CH}=2\sqrt{2}$ cm

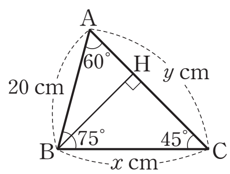
$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$(cm)

이므로 $\triangle BHD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

답 ③

0231 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

이므로

$\overline{AH}=20\cos 60^\circ=20\times\frac{1}{2}=10$(cm)

$\overline{BH}=20\sin 60^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$(cm)

$\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=\overline{BH}=10\sqrt{3}$ cm

$\overline{BC}=\frac{10\sqrt{3}}{\cos 45^\circ}=10\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{6}$(cm)

$\therefore x=10\sqrt{6}$

$\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=10+10\sqrt{3}$(cm)이므로

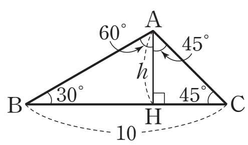
$y=10+10\sqrt{3}$

$\therefore x+y=10\sqrt{6}+10+10\sqrt{3}$

$\quad=10(1+\sqrt{3}+\sqrt{6})$

답 ⑤

0232 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH}=h$라 하면

$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$\sqrt{3}h+h=10$, $(\sqrt{3}+1)h=10$

$\therefore h=\dfrac{10}{\sqrt{3}+1}=5(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{h}{\cos 45^\circ}=5(\sqrt{3}-1)\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ 답 ②

0233 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

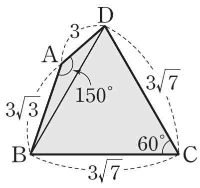
$\therefore \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$
$=\triangle ABE+\triangle AEC$
$=\triangle ABC$
$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 14\times \sin 45^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 14\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$=28\sqrt{2}$ 답 **$28\sqrt{2}$**

0234 $0^\circ<\angle C<90^\circ$이므로 $\cos C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$에서 $\angle C=45^\circ$

$\therefore \angle B=180^\circ-(15^\circ+45^\circ)=120^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}-1)\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}-1)\times \sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}-1)\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=2(3-\sqrt{3})$ 답 **$2(3-\sqrt{3})$**

0235 대각선 BD를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle ABD+\triangle BCD$
$=\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$
$+\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{7}\times 3\sqrt{7}\times \sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\times \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{7}\times 3\sqrt{7}\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\dfrac{63\sqrt{3}}{4}=18\sqrt{3}$ 답 ⑤

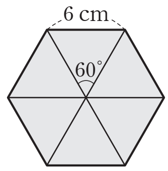
0236 $\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\square ABCD$
$=\dfrac{1}{2}\times(6\times 3\sqrt{2}\times \sin 45^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times\left(6\times 3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$=9(\text{cm}^2)$ 답 **9 cm^2**

0237 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times \sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2(\text{cm}^2)$

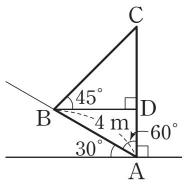
따라서 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2=9\sqrt{3}$이므로
$x^2=36$ $\therefore x=6$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{AC}=6$ cm 답 ③

0238 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.
따라서 정육각형의 넓이는



$6\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ\right)$
$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ③

0239 $\triangle ADB$에서 $\angle DAB=60^\circ$이므로



$\overline{AD}=4\cos 60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2(\text{m})$

$\overline{BD}=4\sin 60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{m})$

··· ㉮

$\triangle BDC$에서
$\overline{CD}=2\sqrt{3}\tan 45^\circ=2\sqrt{3}\times 1=2\sqrt{3}(\text{m})$

··· ㉯

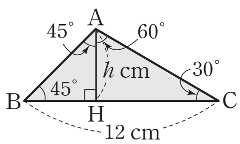
$\therefore \overline{AC}=\overline{AD}+\overline{CD}=2+2\sqrt{3}(\text{m})$

··· ㉰

답 **$(2+2\sqrt{3})$ m**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이 구하기	50 %
㉯	$\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
㉰	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

0240 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.
$\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h(\text{cm})$
$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{cm})$

··· ㉮

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$h+\sqrt{3}h=12$, $(1+\sqrt{3})h=12$

$\therefore h=\dfrac{12}{1+\sqrt{3}}=6(\sqrt{3}-1)$

··· ㉯

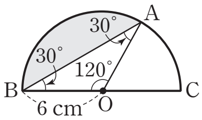
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 6(\sqrt{3}-1)=36(\sqrt{3}-1)(\text{cm}^2)$

··························· ㉰

답 **$36(\sqrt{3}-1)\ \text{cm}^2$**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AH}=h$ cm로 놓고 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 h를 사용하여 나타내기	40 %
㉯	h의 값 구하기	40 %
㉰	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %

0241 $\overline{AO}$를 그으면 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로



$\angle AOB=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

이때 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times 6^2\times\frac{120}{360}=12\pi(\text{cm}^2)$

··························· ㉮

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

··························· ㉯

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)$-$($\triangle ABO$의 넓이)

$=12\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

··························· ㉰

답 **$(12\pi-9\sqrt{3})\ \text{cm}^2$**

단계	채점요소	배점
㉮	부채꼴 AOB의 넓이 구하기	40 %
㉯	$\triangle ABO$의 넓이 구하기	40 %
㉰	색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

0242 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{1}{5+1}=30^\circ$

··························· ㉮

$\square ABCD=4\times 6\times\sin 30^\circ=4\times 6\times\frac{1}{2}=12$

··························· ㉯

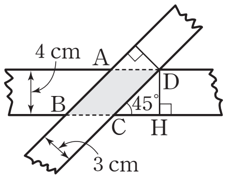
$\therefore\ \triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 12=3$

··························· ㉰

답 **3**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle B$의 크기 구하기	30 %
㉯	$\square ABCD$의 넓이 구하기	40 %
㉰	$\triangle OBC$의 넓이 구하기	30 %

0243 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 겹쳐진 부분, 즉 $\square ABCD$는 평행사변형이다.



점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH}=4$ cm이므로

$\overline{CD}=\frac{4}{\sin 45^\circ}=4\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=4\sqrt{2}\times 3=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 답 **$12\sqrt{2}\ \text{cm}^2$**

0244 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 6\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

이때 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$18\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 12\times x\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin 60^\circ$

$18\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 12\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 6\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$18\sqrt{3}=3\sqrt{3}x+\frac{3\sqrt{3}}{2}x$

$\frac{9\sqrt{3}}{2}x=18\sqrt{3}\qquad\therefore\ x=4$

$\therefore\ \overline{AD}=4$ cm 답 **4 cm**

0245 $\overline{MN}$을 그으면

$\triangle AMN=\square ABCD-(\triangle ABM+\triangle MCN+\triangle AND)$

$=4\times 4-\left(\frac{1}{2}\times 2\times 4+\frac{1}{2}\times 2\times 2+\frac{1}{2}\times 4\times 2\right)$

$=16-10=6(\text{cm}^2)$ ······ ㉠

한편 $\overline{AM}=\overline{AN}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$이므로

$\triangle AMN=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}\times\sin x$

$=10\sin x(\text{cm}^2)$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $10\sin x=6\qquad\therefore\ \sin x=\frac{3}{5}$ 답 **$\frac{3}{5}$**

0246 주어진 세 도형의 넓이를 차례로 구하면

$\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times a\times b\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}ab$ ······ ㉠

$b\times c\times\sin 45^\circ=b\times c\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}bc$ ······ ㉡

$\frac{1}{2}\times a\times c\times\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times a\times c\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}ac$ ······ ㉢

이때 세 도형의 넓이가 모두 같으므로

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{4}ab=\frac{\sqrt{2}}{2}bc\qquad\therefore\ a=2\sqrt{2}c$

㉠, ㉢에서 $\frac{1}{4}ab=\frac{\sqrt{3}}{4}ac\qquad\therefore\ b=\sqrt{3}c$

$\therefore\ a:b:c=2\sqrt{2}c:\sqrt{3}c:c=2\sqrt{2}:\sqrt{3}:1$ 답 ⑤

03 원과 직선

교과서문제 정복하기

본문 p.43, 45

0247 답 (가) $\overline{\mathrm{OB}}$ (나) $\overline{\mathrm{OM}}$ (다) RHS (라) $\overline{\mathrm{BM}}$

0248 $\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{AM}}=7\text{ cm}$ $\quad\therefore x=7$ 답 7

0249 $\triangle\mathrm{OAM}$에서
$\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\therefore x=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0250 $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{OAM}$에서
$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\mathrm{cm})$
$\therefore x=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0251 $\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times10=5(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{OMB}$에서
$\overline{\mathrm{OM}}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}(\mathrm{cm})$
$\therefore x=\sqrt{11}$ 답 $\sqrt{11}$

0252 두 현의 길이가 같으므로
$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{ON}}=3\text{ cm}$ $\quad\therefore x=3$ 답 3

0253 두 현이 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=9\text{ cm}$ $\quad\therefore x=9$ 답 9

0254 두 현이 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로
$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=6\text{ cm}$
$\overline{\mathrm{DN}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times6=3(\mathrm{cm})$ $\quad\therefore x=3$ 답 3

0255 두 현이 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로
$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times8=16(\mathrm{cm})$
$\therefore x=16$ 답 16

0256 $2\overline{\mathrm{CN}}=16$이므로 $\overline{\mathrm{CN}}=8(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{OCN}$에서 $\overline{\mathrm{ON}}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6(\mathrm{cm})$
두 현의 길이가 같으므로
$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{ON}}=6\text{ cm}$ $\quad\therefore x=6$ 답 6

0257 $\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{ON}}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$
따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$는 이등변삼각형이므로
$\angle x=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$ 답 36°

0258 $\angle\mathrm{PAO}=\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로 $\square\mathrm{APBO}$에서
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+45^\circ+90^\circ)=135^\circ$ 답 135°

0259 $\angle\mathrm{PAO}=\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로 $\square\mathrm{APBO}$에서
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$ 답 50°

0260 (1) $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PA}}=10\text{ cm}$
(2) $\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로 $\triangle\mathrm{OPB}$에서
$\overline{\mathrm{PO}}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}(\mathrm{cm})$
답 (1) 10 cm (2) $5\sqrt{5}$ cm

0261 답 (가) $5-x$ (나) $6-x$ (다) 2

0262 $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=3$이므로
$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=9-3=6$, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=10-3=7$
$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CE}}$이므로
$x=6+7=13$ 답 13

0263 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=x$이므로
$\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=7-x$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}=9-x$
$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{CF}}$이므로
$8=(7-x)+(9-x)$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$ 답 4

0264 (1) $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$
(2) $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}=r$이므로
$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=5-r$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=12-r$
(3) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BD}}$이므로
$13=(5-r)+(12-r)$, $2r=4$ $\quad\therefore r=2$
답 (1) 13 (2) $\overline{\mathrm{AD}}=5-r$, $\overline{\mathrm{BD}}=12-r$ (3) 2

0265 $x+8=6+9$ $\quad\therefore x=7$ 답 7

0266 $8+11=(2+x)+12$ $\quad\therefore x=5$ 답 5

유형 익히기

본문 p.46~54

0267 $\overline{\mathrm{OM}}\perp\overline{\mathrm{AB}}$이므로
$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times12=6(\mathrm{cm})$

$\triangle$OAM에서

$\overline{OA}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 ③

0268 $\triangle$OMB에서 $\overline{BM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times3=6(\text{cm})$ 답 **6 cm**

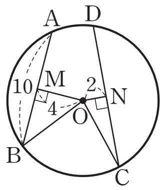
0269 $\overline{OM}\perp\overline{AC}$이므로 $\overline{AM}=\overline{CM}=15$ cm

$\overline{OA}=\overline{OB}=17$ cm이므로 $\triangle$AOM에서

$\overline{OM}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle AOM=\frac{1}{2}\times15\times8=60(\text{cm}^2)$ 답 **60 cm²**

0270 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle$BOM에서

$\overline{OB}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

$\overline{OC}=\overline{OB}=\sqrt{41}$이므로 $\triangle$CON에서

$\overline{CN}=\sqrt{(\sqrt{41})^2-2^2}=\sqrt{37}$

이때 $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로

$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\sqrt{37}$ 답 **$2\sqrt{37}$**

0271 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

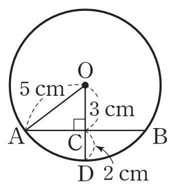
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-5)$ cm

$\triangle$AOM에서 $r^2=7^2+(r-5)^2$

$10r=74$ $\therefore$ $r=\frac{37}{5}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{37}{5}$ cm이다. 답 **$\frac{37}{5}$ cm**

0272 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=3+2=5(\text{cm})$

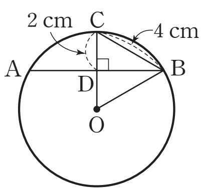
이므로 $\triangle$OAC에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AC}=2\times4=8(\text{cm})$ 답 ③

0273 $\triangle$CDB에서



$\overline{BD}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

·· ㉮

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-2)$ cm

$\triangle$OBD에서 $r^2=(r-2)^2+(2\sqrt{3})^2$

$4r=16$ $\therefore$ $r=4$

·· ㉯

따라서 원 O의 지름의 길이는

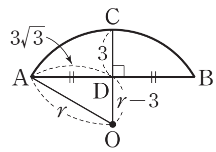
$2\times4=8(\text{cm})$

·· ㉰

답 **8 cm**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{BD}$의 길이 구하기	30 %
㉯	원 O의 반지름의 길이 구하기	60 %
㉰	원 O의 지름의 길이 구하기	10 %

0274 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면

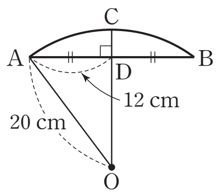


$\overline{OA}=r$, $\overline{OD}=r-3$

$\triangle$AOD에서 $r^2=(r-3)^2+(3\sqrt{3})^2$

$6r=36$ $\therefore$ $r=6$ 답 ③

0275 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24$



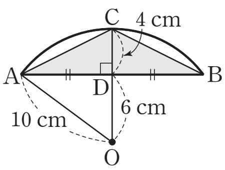
$=12(\text{cm})$

$\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\triangle$AOD에서

$\overline{OD}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=20-16=4(\text{cm})$ 답 **4 cm**

0276 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\overline{OA}=10$ cm

$\overline{OD}=10-4=6(\text{cm})$

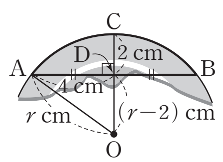
$\triangle$AOD에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times8=16(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times4=32(\text{cm}^2)$ 답 **32 cm²**

0277 $\overline{CD}$의 연장선은 이 접시의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-2)$ cm

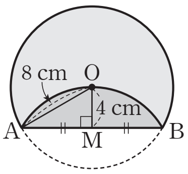
$\triangle$AOD에서 $r^2=(r-2)^2+4^2$

$4r=20$ $\therefore$ $r=5$

따라서 원래 접시의 둘레의 길이는

$2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$ 답 **10π cm**

0278 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{OA}=8$ cm

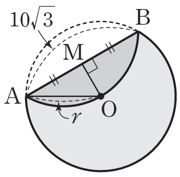


$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

△OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ⑤

0279 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ ······ ㉮

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OA}=r,\ \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}$ ······ ㉯

△AOM에서 $r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+(5\sqrt{3})^2$

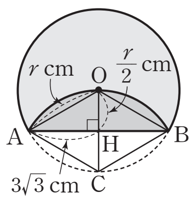
$\frac{3}{4}r^2=75,\ r^2=100 \qquad \therefore\ r=10\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10이다. ······ ㉰

답 **10**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AM}$의 길이 구하기	20 %
㉯	반지름의 길이를 r로 놓고 $\overline{OA}$, $\overline{OM}$의 길이를 r를 사용하여 나타내기	30 %
㉰	원 O의 반지름의 길이 구하기	50 %

0280 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}(\text{cm})$

△OAH에서 $r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+(3\sqrt{3})^2$

$\frac{3}{4}r^2=27,\ r^2=36 \qquad \therefore\ r=6\ (\because r>0)$

$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}$이므로 △OAC는 정삼각형이다.

마찬가지로 △OCB도 정삼각형이므로 $\angle AOB=2\times60^\circ=120^\circ$

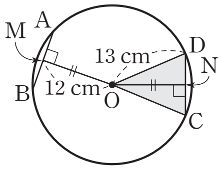
$\therefore\ \widehat{AB}=2\pi\times6\times\frac{120}{360}=4\pi(\text{cm})$ 답 ②

0281 △OCN에서 $\overline{CN}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times5=10$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=10$ 답 **10**

0282 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{ON}=\overline{OM}=12$ cm

△OND에서

$\overline{DN}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times5=10(\text{cm})$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$ 답 **60 cm²**

0283 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=6$ cm

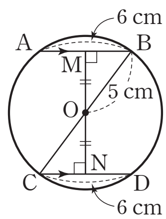
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$이므로 △MBO에서

$\overline{OB}=\frac{3}{\cos30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi(\text{cm}^2)$ 답 ②

0284 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}=6$ cm이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

△OBM에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는

$\overline{MN}=2\overline{OM}=2\times4=8(\text{cm})$ 답 **8 cm**

0285 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$ 답 **66°**

0286 □MBLO에서

$\angle B=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로 $\angle C=\angle B=70^\circ$

$\therefore\ \angle A=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$ 답 **40°**

0287 □AMON에서

$\angle A=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$ ······ ㉮

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

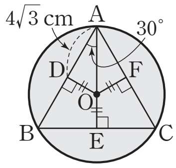
따라서 △ABC는 정삼각형이므로 ······ ㉯

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 6=12$ ······ ㉰

답 12

단계	채점요소	배점
㉮	∠A의 크기 구하기	30 %
㉯	△ABC가 정삼각형임을 알기	40 %
㉰	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %

0288 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, △ABC는 정삼각형이므로

$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이고 위의 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△ADO≡△AFO (RHS 합동)이므로

$\angle DAO=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

△ADO에서 $\overline{OA}=\frac{4\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=8(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 8^2=64\pi(\text{cm}^2)$

답 64π cm²

다른풀이

△ABC는 정삼각형이므로

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

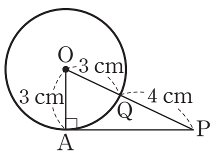
△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{(8\sqrt{3})^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\overline{OA}=\frac{2}{3}\overline{AE}=\frac{2}{3}\times 12=8(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 8^2=64\pi(\text{cm}^2)$

0289 $\angle OAP=90^\circ$이고



$\overline{OQ}=\overline{OA}=3$ cm이므로

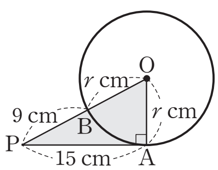
$\overline{OP}=3+4=7(\text{cm})$

△OAP에서

$\overline{AP}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}(\text{cm})$

답 ②

0290 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OB}=\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OP}=(r+9)$ cm

$\angle OAP=90^\circ$이므로 △OPA에서

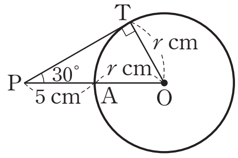
$(r+9)^2=r^2+15^2$

$18r=144$ $\quad\therefore r=8$

$\therefore$ △OPA$=\frac{1}{2}\times 15\times 8=60(\text{cm}^2)$

답 60 cm²

0291 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\angle PTO=90^\circ$이므로



△TPO에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{OT}}{\overline{PO}}$, $\frac{1}{2}=\frac{r}{r+5}$

$2r=r+5$ $\quad\therefore r=5$

따라서 $\overline{OP}=10$ cm, $\overline{OT}=5$ cm이므로

$\overline{PT}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $5\sqrt{3}$ cm

0292 $\angle PAC=90^\circ$이므로 $\angle PAB=90^\circ-23^\circ=67^\circ$

$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times 67^\circ=46^\circ$

답 46°

0293 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △BAP는 이등변삼각형이므로

$\angle BAP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

이때 $\angle OAP=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-55^\circ=35^\circ$

답 35°

0294 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+45^\circ+90^\circ)=135^\circ$

이때 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는

$360^\circ-135^\circ=225^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times 8^2\times\frac{225}{360}=40\pi(\text{cm}^2)$

답 40π cm²

0295 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △APB는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{PA}=10$ cm

답 10 cm

0296 △PBO에서 $\angle PBO=90^\circ$이고 $\angle OPB=30^\circ$이므로

$\overline{OB}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4(\text{cm})$

$\overline{PB}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 △PAO≡△PBO (RHS 합동)이므로

□APBO=2△PBO

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\right)$

$=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $16\sqrt{3}$ cm²

참고

△PAO와 △PBO에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{PO}$는 공통

이므로 △PAO≡△PBO (RHS 합동)

0297 $\angle OAP=90^\circ$이고 $\overline{OP}=4+2=6(cm)$이므로
$\triangle AOP$에서
$\overline{AP}^2+4^2=6^2$, $\overline{AP}^2=20$
$\therefore \overline{AP}=2\sqrt{5}(cm)$ ($\because \overline{AP}>0$)
이때 $\overline{BP}=\overline{AP}=2\sqrt{5}$ cm이므로 $x=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0298 ①, ② $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로
$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\triangle APO$에서
$\overline{PO}=\frac{2}{\sin 30^\circ}=2\div\frac{1}{2}=4(cm)$
$\overline{PA}=\frac{2}{\tan 30^\circ}=2\div\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(cm)$
$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{3}$ cm
③ $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle APB=60^\circ$이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉, $\triangle APB$는 정삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{PB}=2\sqrt{3}$ cm
④ $\square APBO=2\triangle APO$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\right)$
$=4\sqrt{3}(cm^2)$
⑤ $\angle PAO=90^\circ$이고 $\angle PAB=60^\circ$이므로
$\angle OAB=\angle PAO-\angle PAB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

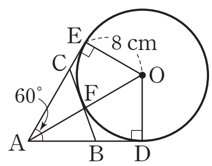
0299 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=8+5+7=20$
이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로
$2\overline{AD}=20$ $\therefore \overline{AD}=10$ 답 ②

0300 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-6=3$이므로
$\overline{CF}=\overline{CE}=5-3=2$ 답 2

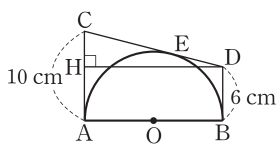
0301 $\overline{BE}=\overline{BD}=12-8=4$
$\overline{AF}=\overline{AD}=12$이므로
$\overline{CE}=\overline{CF}=12-9=3$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+3=7$ 답 7
다른풀이
$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$이므로
$12+12=8+\overline{BC}+9$ $\therefore \overline{BC}=7$

0302 ①, ② 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$
③ $\triangle OAD\equiv\triangle OCD$ (RHS 합동)이므로
$\angle ODA=\angle ODC$
④ $\overline{OC}\perp\overline{DE}$이므로
$\triangle ODC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OC}$
$\triangle OEC=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{OC}$
즉, $\overline{CD}=\overline{CE}$인 경우에만 $\triangle ODC=\triangle OEC$이고
$\overline{CD}\neq\overline{CE}$이면 $\triangle ODC\neq\triangle OEC$
⑤ $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로
($\triangle PED$의 둘레의 길이)$=\overline{PE}+\overline{ED}+\overline{DP}$
$=\overline{PE}+(\overline{EC}+\overline{DC})+\overline{DP}$
$=(\overline{PE}+\overline{EB})+(\overline{DA}+\overline{DP})$
$=\overline{PB}+\overline{PA}$
$=2\overline{PA}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0303 $\angle AEO=90^\circ$이므로 $\triangle AOE$에서
$\overline{AE}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(cm)$
이때 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$
$=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(cm)$ 답 ③

0304 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면


$\triangle EAO\equiv\triangle DAO$ (RHS 합동)이므로
$\angle EAO=\frac{1}{2}\angle EAD$
$=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
$\triangle EAO$에서
$\overline{AE}=\frac{8}{\tan 30^\circ}=8\div\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}(cm)$
이때 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$
$=2\times 8\sqrt{3}=16\sqrt{3}(cm)$
답 $16\sqrt{3}$ cm

0305 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


$\overline{HA}=\overline{DB}=6$ cm
$\therefore \overline{CH}=10-6=4(cm)$
$\overline{CE}=\overline{CA}=10$ cm, $\overline{DE}=\overline{DB}=6$ cm이므로
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=10+6=16(cm)$

△CHD에서

$\overline{HD}=\sqrt{16^2-4^2}=\sqrt{240}=4\sqrt{15}(cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{HD}=4\sqrt{15}$ cm

답 **$4\sqrt{15}$ cm**

0306 $\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$이므로 □ABCD는 사다리꼴이다.

$\overline{AD}=\overline{AP},\ \overline{BC}=\overline{BP}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AB}=6$ cm

$\overline{CD}=2\overline{OC}=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}(cm)$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}(cm^2)$

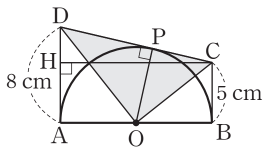
답 **$12\sqrt{2}$ cm²**

0307 $\overline{DP}=\overline{DA}=8$ cm,

$\overline{CP}=\overline{CB}=5$ cm이므로

$\overline{DC}=\overline{DP}+\overline{CP}$

$=8+5=13(cm)$



㉮

위의 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HA}=\overline{CB}=5$ cm

$\therefore\ \overline{DH}=8-5=3(cm)$

△DHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{13^2-3^2}=\sqrt{160}=4\sqrt{10}(cm)$

즉, $\overline{AB}=\overline{HC}=4\sqrt{10}$ cm이므로 반원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{10}$ cm이다.

㉯

따라서 $\overline{OP}$를 그으면 $\overline{OP}\perp\overline{DC}$이고 $\overline{OP}=2\sqrt{10}$ cm이므로

$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{OP}=\frac{1}{2}\times13\times2\sqrt{10}$

$=13\sqrt{10}(cm^2)$

㉰

답 **$13\sqrt{10}$ cm²**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{DC}$의 길이 구하기	30 %
㉯	반원 O의 반지름의 길이 구하기	40 %
㉰	△DOC의 넓이 구하기	30 %

0308 $\overline{EF}=\overline{EB}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=(20-x)$ cm

$\overline{DF}=\overline{DA}=20$ cm이므로

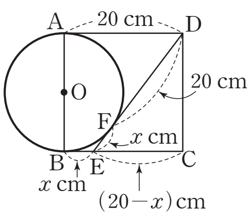
$\overline{DE}=(20+x)$ cm

△DEC에서

$(20+x)^2=(20-x)^2+20^2$

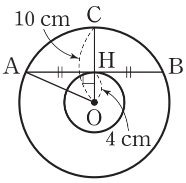
$80x=400\qquad\therefore\ x=5$

$\therefore\ \overline{EF}=5$ cm



답 **5 cm**

0309 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=10$ cm

$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로 △AOH에서

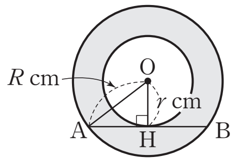
$\overline{AH}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}(cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{21}$

$=4\sqrt{21}(cm)$

답 ⑤

0310 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 작은 원의 접점을 H라 하고 큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하자.



두 원의 넓이의 차가 64π cm²이므로

$\pi R^2-\pi r^2=64\pi$

$\therefore\ R^2-r^2=64$

$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로 △OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{64}=8(cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times8=16(cm)$

답 **16 cm**

0311 $\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=2\sqrt{6}$ cm

$\overline{OA}=x$ cm라 하면 $\overline{OH}=(x-2)$ cm

△OAH에서

$x^2=(2\sqrt{6})^2+(x-2)^2$

$4x=28\qquad\therefore\ x=7$

$\therefore\ \overline{OA}=7$ cm

답 **7 cm**

0312 $\overline{CE}=\overline{CF}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(13-x)$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=(15-x)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$14=(13-x)+(15-x)$

$2x=14\qquad\therefore\ x=7$

$\therefore\ \overline{CE}=7$ cm

답 **7 cm**

0313 $\overline{AD}=\overline{AF}=6$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-6=3(cm)$

$\overline{CE}=\overline{CF}=10-6=4(cm)$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+4=7(cm)$

답 **7 cm**

0314 $\overline{BD}=\overline{BE}=5$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=9$ cm이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=32$ cm에서

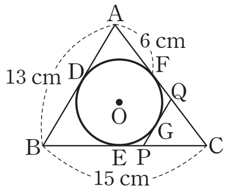
$(x+5)+(5+9)+(9+x)=32$

$2x=4\qquad\therefore\ x=2$

$\therefore\ \overline{AD}=2$ cm

답 **2 cm**

0315 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{PQ}$의 접점을 G라 하자.



$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=13-6=7(\text{cm})$

$\overline{CE}=15-7=8(\text{cm})$

이때 $\overline{PE}=\overline{PG}$, $\overline{QG}=\overline{QF}$이므로

$(\triangle QPC$의 둘레의 길이$)=\overline{QP}+\overline{PC}+\overline{CQ}$

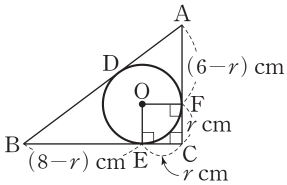
$=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CE}$

$=2\times8=16(\text{cm})$

답 **16 cm**

0316 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}$

$=10(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{EC}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=(6-r)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(8-r)$ cm이므로

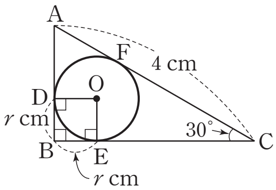
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서 $10=(6-r)+(8-r)$

$2r=4$ $\quad\therefore r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다.

답 **2 cm**

0317 $\triangle ABC$에서



$\overline{AB}=4\sin30^\circ=4\times\frac{1}{2}$

$=2(\text{cm})$

$\overline{BC}=4\cos30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

위의 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면 □DBEO는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=(2-r)$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=(2\sqrt{3}-r)$ cm이므로

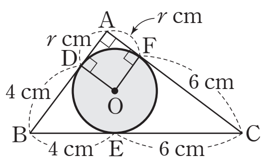
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$에서 $4=(2-r)+(2\sqrt{3}-r)$

$2r=2\sqrt{3}-2$ $\quad\therefore r=\sqrt{3}-1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $(\sqrt{3}-1)$ cm이다.

답 **$(\sqrt{3}-1)$ cm**

0318 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 □ADOF는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=4$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=6$ cm이므로

$\overline{AB}=(r+4)$ cm, $\overline{AC}=(r+6)$ cm

$\triangle ABC$에서

$(4+6)^2=(r+4)^2+(r+6)^2$

$r^2+10r-24=0$, $(r+12)(r-2)=0$

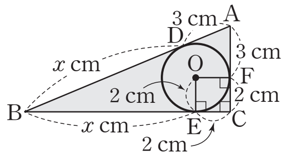
$\therefore r=2\ (\because r>0)$

따라서 반지름의 길이는 2 cm이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

답 **4π cm²**

0319 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=2$ cm

㉮

$\overline{BE}=\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=5-2=3(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $(x+3)^2=(x+2)^2+5^2$

$2x=20$ $\quad\therefore x=10$

$\therefore \overline{BC}=10+2=12(\text{cm})$

㉯

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30(\text{cm}^2)$

㉰

답 **30 cm²**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{CE}$, $\overline{CF}$의 길이 구하기	30 %
㉯	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
㉰	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %

0320 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2x+8=10+(x+5)$ $\quad\therefore x=7$

따라서 $\overline{AB}=14$, $\overline{BC}=12$이므로

$(□ABCD$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=2(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=2(10+12)=44$

답 ④

0321 $\overline{CG}=x$ cm라 하면

$\overline{AH}=\overline{AE}=4$ cm, $\overline{CF}=\overline{CG}=x$ cm

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고 □ABCD의 둘레의 길이가 40 cm이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=40\times\frac{1}{2}=20(\text{cm})$

즉, $(4+3)+(5+x)=20$이므로 $x=8$

$\therefore \overline{CG}=8$ cm

답 **8 cm**

0322 $\triangle BCD$에서

$\overline{CD}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+9=8+12$

$\therefore \overline{AB}=11$ 답 ②

0323 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=8+12=20(\text{cm})$

등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$ 답 ②

0324 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고 □ABCD의 둘레의 길이가 28 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm})$

$\therefore \overline{DS}+\overline{CQ}=\overline{DR}+\overline{CR}=\overline{CD}$

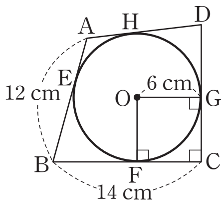
$=14-8=6(\text{cm})$ 답 ③

0325 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=12+20=32(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=32\times\frac{3}{3+5}=12(\text{cm})$ 답 **12 cm**

0326 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로



$\overline{CF}=\overline{OG}=6$ cm

$\overline{BE}=\overline{BF}=14-6=8(\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\overline{AE}=12-8=4(\text{cm})$

답 **4 cm**

0327 $\overline{AB}=2\overline{OE}=2\times 4=8(\text{cm})$ ㉮

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=8+10=18(\text{cm})$ ㉯

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

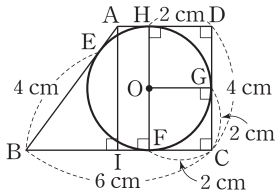
$=\frac{1}{2}\times 18\times 8$

$=72(\text{cm}^2)$ ㉰

답 **72 cm²**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
㉯	$\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
㉰	□ABCD의 넓이 구하기	30 %

0328 오른쪽 그림에서



$\overline{CF}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$

이므로 $\overline{DH}=\overline{DG}=2$ cm

$\therefore \overline{BE}=\overline{BF}=6-2=4(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AH}=x$ cm라 하고 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 $\overline{IF}=\overline{AH}=x$ cm이므로

$\overline{BI}=(4-x)$ cm

△ABI에서 $(x+4)^2=(4-x)^2+4^2$

$16x=16 \quad \therefore x=1$

$\therefore \overline{AB}=1+4=5(\text{cm})$ 답 **5 cm**

유형 UP

본문 p.55

0329 △DIC에서

$\overline{IC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=x$ cm이므로

$\overline{BI}=(x-3)$ cm

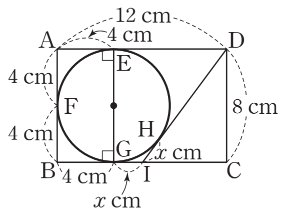
$\overline{AB}+\overline{DI}=\overline{AD}+\overline{BI}$이므로

$4+5=x+(x-3)$

$2x=12 \quad \therefore x=6$

$\therefore \overline{AD}=6$ cm 답 **6 cm**

0330 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

이므로

$\overline{DH}=\overline{DE}=12-4=8(\text{cm})$

$\overline{GI}=\overline{HI}=x$ cm라 하면

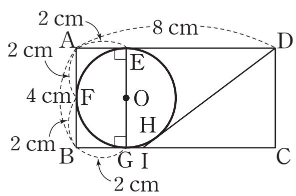
$\overline{DI}=(x+8)$ cm, $\overline{CI}=(8-x)$ cm

△DIC에서 $(x+8)^2=(8-x)^2+8^2$

$32x=64 \quad \therefore x=2$

$\therefore \overline{GI}=2$ cm 답 **2 cm**

0331 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{DE}=8-2=6(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$DIC의 둘레의 길이)

$=\overline{DI}+\overline{IC}+\overline{CD}$

$=(\overline{DH}+\overline{HI})+\overline{IC}+\overline{CD}$

$=\overline{DE}+(\overline{GI}+\overline{IC})+\overline{CD}$ ← $\overline{DH}=\overline{DE}$, $\overline{HI}=\overline{GI}$

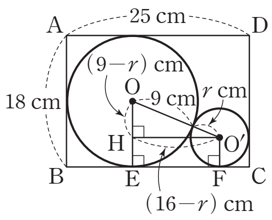
$=\overline{DE}+\overline{GC}+\overline{CD}$

$=6+6+4$

$=16$(cm)

답 ③

0332 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이고 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OO'}=(9+r)$ cm

$\overline{OH}=(9-r)$ cm

$\overline{HO'}=\overline{EF}=\overline{BC}-(9+r)$

$=25-(9+r)=16-r$(cm)

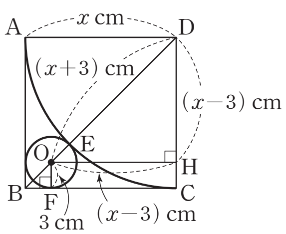
$\triangle$OHO′에서 $(9+r)^2=(16-r)^2+(9-r)^2$

$r^2-68r+256=0$, $(r-4)(r-64)=0$

그런데 $0<r<9$이므로 $r=4$

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 **4 cm**

0333 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면



$\overline{DO}=(x+3)$ cm

$\overline{OH}=(x-3)$ cm

$\overline{DH}=(x-3)$ cm

$\triangle$DOH에서 $(x+3)^2=(x-3)^2+(x-3)^2$

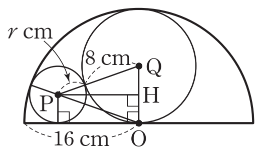
$x^2-18x+9=0$ $\quad\therefore x=9\pm6\sqrt{2}$

그런데 $\overline{AD}>3$이므로 $x=9+6\sqrt{2}$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $(9+6\sqrt{2})$ cm이다.

답 **$(9+6\sqrt{2})$ cm**

0334 원 Q의 반지름의 길이는 8 cm이고 원 P의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{PQ}=(8+r)$ cm

$\overline{OH}=r$ cm

$\overline{QH}=(8-r)$ cm

$\overline{PO}=(16-r)$ cm

$\overline{PQ}^2-\overline{QH}^2=\overline{PO}^2-\overline{OH}^2$이므로

$(8+r)^2-(8-r)^2=(16-r)^2-r^2$

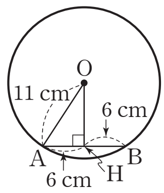
$64r=256 \qquad \therefore r=4$

따라서 원 P의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 **4 cm**

중단원 마무리하기

본문 p.56~59

0335 구하는 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{OH}$의 길이와 같다.



$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

직각삼각형 OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{11^2-6^2}=\sqrt{85}$(cm) 답 ⑤

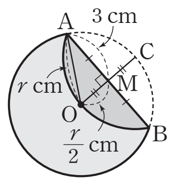
0336 $\overline{OC}=\overline{OA}=10$ cm이므로

$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)

$\triangle$AOH에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$(cm) 답 ⑤

0337 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 그어 접기 전의 원 O와 만나는 점을 C, $\overline{AB}$와 만나는 점을 M이라 하면 $\overline{OM}=\overline{MC}$



원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=\frac{r}{2}$ cm

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)이므로 $\triangle$AOM에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+3^2$, $r^2=12$

$\therefore r=2\sqrt{3}$ ($\because r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다. 답 **$2\sqrt{3}$ cm**

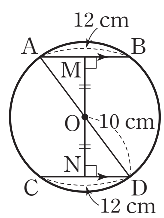
0338 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}=2$ cm

$\triangle$AEO에서 $\overline{AE}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$(cm)이므로

$\overline{AB}=2\overline{AE}=2\sqrt{5}$(cm)

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2=2\sqrt{5}$(cm^2) 답 **$2\sqrt{5}$ cm^2**

0339 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}=12$ cm이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}$

$\overline{ND}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

$\triangle$OND에서

$\overline{ON}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$(cm)

따라서 두 현 AB와 CD 사이의 거리는

$\overline{MN}=2\overline{ON}=2\times8=16$(cm) 답 ③

0340 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle B=64^\circ$

$\therefore \angle A=180^\circ-(64^\circ+64^\circ)=52^\circ$

따라서 $\square AMON$에서

$\angle MON=360^\circ-(90^\circ+52^\circ+90^\circ)=128^\circ$ 답 **128°**

0341 $\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PTO=90^\circ$

$\triangle POT$에서 $\overline{PT}=6\tan 60^\circ=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle POT-$(부채꼴 OTQ의 넓이)

$$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6-\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}$$

$$=18\sqrt{3}-6\pi(\text{cm}^2)$$ 답 ②

0342 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

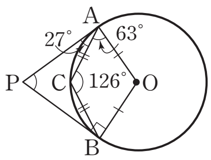
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$

또, $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\triangle OAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle y=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+25^\circ=75^\circ$ 답 ④

0343 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=90^\circ$이므로



$\angle CAO=90^\circ-27^\circ=63^\circ$

이때 $\overline{AC}=\overline{BC}$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

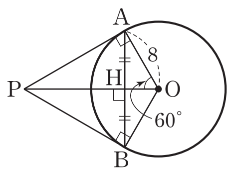
$\square ACBO$에서

$\angle CBO=\angle CAO=63^\circ$

$\therefore \angle AOB=360^\circ-(63^\circ+126^\circ+63^\circ)=108^\circ$

$\therefore \angle APB=360^\circ-(90^\circ+108^\circ+90^\circ)=72^\circ$ 답 ③

0344 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 긋고 $\overline{AB}$와 $\overline{PO}$의 교점을 H라 하면



$\angle AOB=120^\circ$이므로

$\angle AOH=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

$\triangle AHO$에서

$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ 답 ④

0345 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

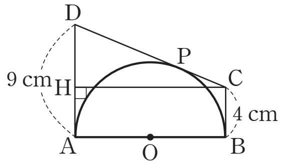
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$$

즉, $5+3+4=2\overline{AE}$이므로 $\overline{AE}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{CF}=\overline{CE}=6-4=2(\text{cm})$ 답 ⑤

0346 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HA}=\overline{CB}=4\text{ cm}$

$\therefore \overline{DH}=9-4=5(\text{cm})$

$\overline{DP}=\overline{DA}=9\text{ cm}$,

$\overline{CP}=\overline{CB}=4\text{ cm}$이므로

$\overline{DC}=\overline{DP}+\overline{CP}=9+4=13(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서

$\overline{HC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

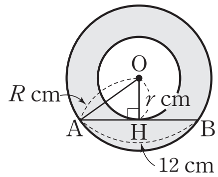
$\therefore \overline{AB}=\overline{HC}=12\text{ cm}$

$\therefore$ ($\square ABCD$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$$=12+4+13+9$$

$$=38(\text{cm})$$ 답 ①

0347 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\triangle OAH$에서

$R^2-r^2=6^2=36$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$

$$=36\pi(\text{cm}^2)$$ 답 ②

0348 $\overline{BD}=\overline{BF}=9\text{ cm}$

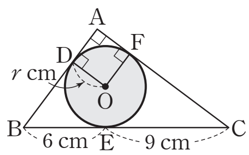
$\overline{CD}=\overline{CE}=5\text{ cm}$

$\overline{AE}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$2(x+9+5)=34$, $x+14=17$ $\therefore x=3$

$\therefore \overline{AE}=3\text{ cm}$ 답 ④

0349 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 $\square ADOF$는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=6\text{ cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=9\text{ cm}$이므로

$\overline{AB}=(r+6)\text{ cm}$, $\overline{AC}=(r+9)\text{ cm}$

$\triangle ABC$에서

$(6+9)^2=(r+6)^2+(r+9)^2$

$r^2+15r-54=0$, $(r-3)(r+18)=0$

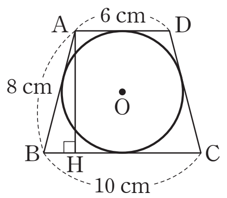
$\therefore r=3$ ($\because r>0$)

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$ 답 ②

0350 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=6+10=16(\text{cm})$
그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$

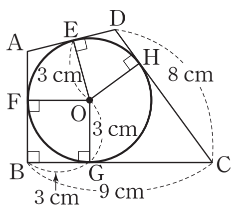


오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(10-6)=2(\text{cm})$

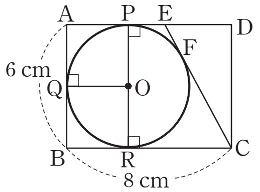
△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}(\text{cm})$
따라서 원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{15}$ cm이므로 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}\pi(\text{cm})$ 답 ③

0351 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G, H라 하면 □FBGO는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형이므로



$\overline{CH}=\overline{CG}=9-3=6(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DH}=8-6=2(\text{cm})$ 답 **2 cm**

0352 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AE}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R라 하면



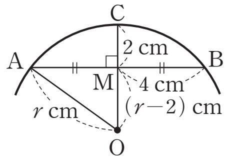
$\overline{BR}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\overline{RC}=8-3=5(\text{cm})$
$\therefore$ (△DEC의 둘레의 길이)$=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}$
$=\overline{DE}+(\overline{EF}+\overline{FC})+\overline{CD}$
$=(\overline{DE}+\overline{EP})+\overline{RC}+\overline{CD}$
$=\overline{PD}+\overline{RC}+\overline{CD}$
$=5+5+6$
$=16(\text{cm})$ 답 ③

0353 $\overline{PT}=\overline{RT}$, $\overline{QT}=\overline{RT}$이므로
$\overline{PT}=\overline{RT}=\overline{QT}$
즉, △PTR, △RTQ는 모두 이등변삼각형이다.
$\angle PRT=\angle RPT=43°$이므로
$\angle TRQ=\angle TQR=\angle x$라 하면 △RPQ에서
$2\times43°+2\angle x=180°$
$2\angle x=94°$ $\quad\therefore\ \angle x=47°$
$\therefore\ \angle TQR=47°$ 답 ③

0354 $\overline{CM}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-2)$ cm



㉮

△AOM에서 $r^2=(r-2)^2+4^2$
$4r=20\qquad\therefore\ r=5$

㉯

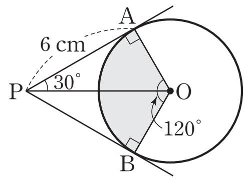
따라서 이 원의 넓이는 $\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

㉰

답 **25π cm²**

단계	채점요소	배점
㉮	원의 반지름의 길이를 r cm로 놓고 $\overline{OA}$, $\overline{OM}$의 길이를 r를 사용하여 나타내기	40 %
㉯	원의 반지름의 길이 구하기	40 %
㉰	원의 넓이 구하기	20 %

0355 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면 △PAO≡△PBO (RHS 합동)
$\angle APO=30°$이므로 △APO에서



$\overline{OA}=6\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

㉮

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 □APBO에서
$\angle AOB=360°-(90°+60°+90°)=120°$

㉯

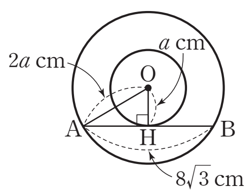
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$
$=4\pi(\text{cm}^2)$

㉰

답 **4π cm²**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{OA}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\angle AOB$의 크기 구하기	30 %
㉰	색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

0356 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OH}$를 그으면 $\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}(\text{cm})$

㉮

작은 원과 큰 원의 반지름의 길이의 비가 1 : 2이므로
$\overline{OA}=2a$ cm, $\overline{OH}=a$ cm
라 하자.

$\triangle$OAH에서 $(2a)^2=(4\sqrt{3})^2+a^2$

$a^2=16 \qquad \therefore a=4\ (\because a>0)$

·· ㉯

따라서 큰 원의 반지름의 길이는

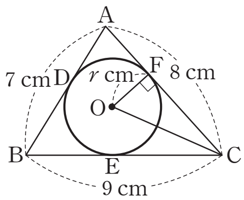
$2a=2\times4=8(\text{cm})$

·· ㉰

답 **8 cm**

단계	채점요소	배점
㉮	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{OH}=a$ cm로 놓고 a의 값 구하기	40 %
㉰	큰 원의 반지름의 길이 구하기	20 %

0357 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times r\times(7+8+9)=12\sqrt{5}$

$12r=12\sqrt{5} \qquad \therefore r=\sqrt{5}$

·· ㉮

$\overline{CF}=\overline{CE}=a$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-a)$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=(9-a)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $7=(8-a)+(9-a)$

$2a=10 \qquad \therefore a=5$

$\therefore \overline{CF}=5$ cm

·· ㉯

따라서 $\triangle$OCF에서

$\overline{OC}=\sqrt{5^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{30}(\text{cm})$

·· ㉰

답 **$\sqrt{30}$ cm**

단계	채점요소	배점
㉮	원의 반지름의 길이 구하기	40 %
㉯	$\overline{CF}$의 길이 구하기	40 %
㉰	$\overline{OC}$의 길이 구하기	20 %

0358 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}=15:9=5:3$이므로

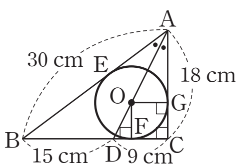
$\overline{AB}=5a$ cm, $\overline{AC}=3a$ cm라 하면 $\triangle$ABC에서

$(5a)^2=24^2+(3a)^2$

$16a^2=576,\ a^2=36 \qquad \therefore a=6\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{AB}=30(\text{cm}),\ \overline{AC}=18(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$, $\overline{OG}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로 내접원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CF}=\overline{CG}=\overline{OF}=r$ cm

$\overline{AE}=\overline{AG}=(18-r)$ cm

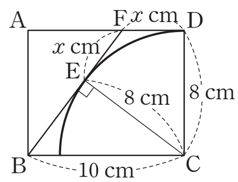
$\overline{BE}=\overline{BF}=(24-r)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}$이므로 $30=(18-r)+(24-r)$

$2r=12 \qquad \therefore r=6$

따라서 내접원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 **6 cm**

0359 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면 $\overline{BF}\perp\overline{CE}$이고 $\overline{CE}=8$ cm



$\triangle$BCE에서

$\overline{BE}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})$

$\overline{DF}=\overline{EF}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=(10-x)$ cm

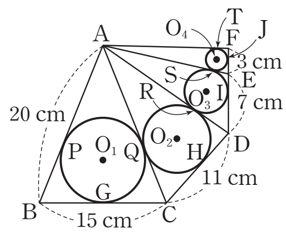
$\triangle$ABF에서

$(6+x)^2=(10-x)^2+8^2$

$32x=128 \qquad \therefore x=4$

$\therefore \overline{DF}=4$ cm 답 **4 cm**

0360 오른쪽 그림에서



$\overline{AP}=\overline{AQ}=\overline{AR}=\overline{AS}=\overline{AT}$

$\overline{AP}=x$ cm라 하면

$\overline{BG}=\overline{BP}=(20-x)$ cm

$\overline{CQ}=\overline{CG}=15-(20-x)$

$\quad =x-5(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{CQ}$이므로

$\overline{DR}=\overline{DH}=11-(x-5)=16-x(\text{cm})$

$\overline{DI}=\overline{DR}$이므로

$\overline{ES}=\overline{EI}=7-(16-x)=x-9(\text{cm})$

$\overline{EJ}=\overline{ES}$이므로

$\overline{FT}=\overline{FJ}=3-(x-9)=12-x(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=x+(12-x)=12(\text{cm})$ 답 **12 cm**

04 원주각

교과서문제 정복하기

본문 p.61, 63

0361 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 110°=55°$ 답 **55°**

0362 $\angle x=2\angle APB=2\times 20°=40°$ 답 **40°**

0363 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$ 답 **30°**

0364 $\angle x=2\angle APB=2\times 135°=270°$ 답 **270°**

0365 $\angle x=\angle APB=60°$ 답 **60°**

0366 $\angle x=\angle PBQ=25°$ 답 **25°**

0367 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle APB=90°$
$\triangle ABP$에서 $\angle x=180°-(90°+35°)=55°$ 답 **55°**

0368 $\angle ABQ=90°$, $\angle AQB=\angle APB=70°$이므로
$\triangle ABQ$에서 $\angle x=180°-(90°+70°)=20°$ 답 **20°**

0369 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로 $\angle CQD=\angle APB=20°$
$\therefore x=20$ 답 **20**

0370 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle DBC=40°$
$\therefore x=40$ 답 **40**

0371 $\angle APB=\angle CQD$이므로 $\widehat{CD}=\widehat{AB}=4$ cm
$\therefore x=4$ 답 **4**

0372 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle BAD=90°$
$\triangle ABD$에서
$\angle ADB=180°-(90°+60°)=30°$
$\angle ADB=\angle DBC$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{CD}=7$ cm
$\therefore x=7$ 답 **7**

0373 $\angle APB : \angle CQD=50° : 20°=5 : 2$이므로
$\widehat{AB} : \widehat{CD}=5 : 2$, $x : 4=5 : 2$
$2x=20$ $\therefore x=10$ 답 **10**

0374 $\widehat{AB} : \widehat{BC}=9 : 3=3 : 1$이므로
$\angle APB : \angle BPC=3 : 1$, $x : 25=3 : 1$
$\therefore x=75$ 답 **75**

0375 $\angle x=\angle BAC=35°$ 답 **35°**

0376 $\angle x=\angle ABD=180°-(45°+70°)=65°$ 답 **65°**

0377 $\angle ACD=\angle ABD=30°$이므로
$\angle x=180°-(80°+30°)=70°$ 답 **70°**

0378 $\angle ACB=\angle ADB=40°$, $\angle ABD=\angle ACD=55°$
이므로 $\triangle ABC$에서
$\angle x=180°-(55°+30°+40°)=55°$ 답 **55°**

0379 $\angle A+\angle C=180°$이므로
$\angle x+85°=180°$ $\therefore \angle x=95°$ 답 **95°**

0380 $\angle x=\angle A=80°$ 답 **80°**

0381 ㄱ. $\angle A+\angle C=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
ㄴ. $\triangle ABC$에서 $\angle B=180°-(45°+60°)=75°$이므로
$\angle B+\angle D=175°\neq 180°$
즉, □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
ㄷ. $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle A+\angle B=180°$
이때 $\angle B=\angle C$이므로 $\angle A+\angle C=180°$
즉, □ABCD는 원에 내접한다.
ㄹ. $\angle CDE=\angle B$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.
답 **ㄱ, ㄷ, ㄹ**

0382 $\angle B+\angle D=180°$이므로
$\angle x+105°=180°$ $\therefore \angle x=75°$ 답 **75°**

0383 $\triangle ABC$에서 $\angle B=180°-(50°+45°)=85°$이므로
$\angle x=\angle B=85°$ 답 **85°**

0384 $\angle BAD=180°-60°=120°$이므로
$\angle x=\angle BAD=120°$ 답 **120°**

0385 $\triangle ABC$에서 $\angle B=180°-(90°+25°)=65°$
$\angle B+\angle D=180°$이므로
$65°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=115°$ 답 **115°**

0386 $\angle x=\angle ACB=40°$ 답 **40°**

0387 $\angle ACB = \angle ABT = 50°$이므로 $\triangle ABC$에서
$\angle x = 180° - (50° + 60°) = 70°$ 답 **70°**

0388 $\angle x = \angle ACB = 180° - (80° + 30°) = 70°$ 답 **70°**

0389 $\angle CAB = \angle CBT' = 55°$, $\angle ABC = 90°$이므로
$\triangle ABC$에서 $\angle x = 180° - (55° + 90°) = 35°$ 답 **35°**

0390 $\angle ABC = 90°$이므로
$\angle x = \angle CAB = 180° - (26° + 90°) = 64°$ 답 **64°**

0391 $\angle CAB = \angle CBT' = 70°$이므로
$\angle x = 2\angle CAB = 2 \times 70° = 140°$ 답 **140°**

0392 $\angle x = \angle BTQ = \angle DTP = \angle y = 55°$
답 $\angle x = 55°$, $\angle y = 55°$

0393 $\angle ABT = \angle x = \angle y = 45°$ 답 $\angle x = 45°$, $\angle y = 45°$

0394 $\angle x = \angle BAT = 65°$
$\angle CDT = \angle x = 65°$이므로 $\triangle CTD$에서
$\angle y = 180° - (65° + 55°) = 60°$ 답 $\angle x = 65°$, $\angle y = 60°$

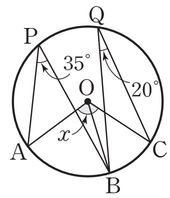
유형 익히기

본문 p.64~76

0395 $\widehat{BAD}$에 대한 원주각의 크기가 $105°$이므로 중심각의 크기는 $2 \times 105° = 210°$
$\therefore \angle y = 360° - 210° = 150°$
이때 $\angle x = \frac{1}{2}\angle y = \frac{1}{2} \times 150° = 75°$이므로
$\angle x + \angle y = 75° + 150° = 225°$ 답 ③

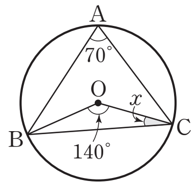
다른풀이
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle x + 105° = 180°$ $\therefore \angle x = 75°$
따라서 $\angle y = 2\angle x = 2 \times 75° = 150°$이므로
$\angle x + \angle y = 75° + 150° = 225°$

0396 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 35° = 70°$
$\angle BOC = 2\angle BQC = 2 \times 20° = 40°$
$\therefore \angle x = 70° + 40° = 110°$
답 ⑤

0397 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



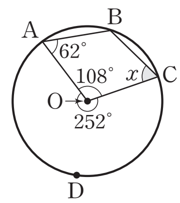
$\angle BOC = 2\angle A$
$= 2 \times 70° = 140°$
$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x = \frac{1}{2} \times (180° - 140°) = 20°$ 답 ③

0398 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 48° = 96°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180° - 96°) = 42°$ 답 **42°**

0399 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 60° = 120°$이므로
$\widehat{BC} = 2\pi \times 9 \times \frac{120}{360} = 6\pi(\text{cm})$ 답 ②

참고
반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이는
$2\pi r \times \frac{x}{360}$

0400 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면

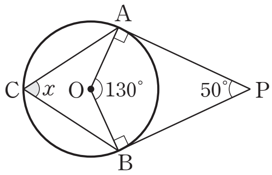


$\widehat{ADC}$에 대한 중심각의 크기는
$360° - 108° = 252°$이므로
······ ㉮
$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 252° = 126°$
······ ㉯
따라서 $\square AOCB$에서
$\angle x = 360° - (62° + 108° + 126°) = 64°$
······ ㉰
답 **64°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\widehat{ADC}$에 대한 중심각의 크기 구하기	30 %
㉯	$\angle ABC$의 크기 구하기	40 %
㉰	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0401 $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$
$\triangle APD$에서 $38° + \angle ADC = 70°$
$\therefore \angle ADC = 32°$ 답 **32°**

0402 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



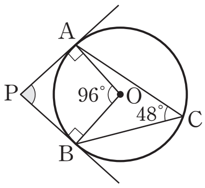
$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

$\square AOBP$에서

$\angle AOB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$ 답 65°

0403 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

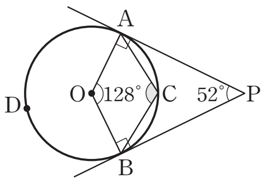


$\angle AOB=2\angle ACB=2\times48^\circ=96^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\square APBO$에서

$\angle P=180^\circ-96^\circ=84^\circ$ 답 84°

0404 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 긋고 점 D를 잡으면



$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

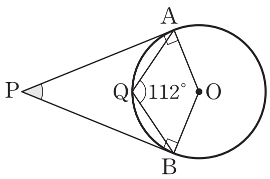
$\square AOBP$에서

$\angle AOB=180^\circ-52^\circ=128^\circ$

이때 $\angle ACB$는 $\overset{\frown}{ADB}$에 대한 원주각이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-128^\circ)=116^\circ$ 답 116°

0405 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=360^\circ-2\times112^\circ$

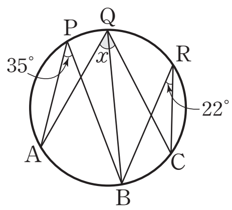
$=136^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\square APBO$에서

$\angle P=180^\circ-136^\circ=44^\circ$ 답 ②

0406 오른쪽 그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=35^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=22^\circ$

$\therefore\ \angle x=35^\circ+22^\circ=57^\circ$ 답 ②

0407 $\angle x=\angle APB=35^\circ$

$\angle y=2\angle APB=2\times35^\circ=70^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=35^\circ+70^\circ=105^\circ$ 답 105°

0408 $\triangle PAB$에서 $\angle APB=180^\circ-(87^\circ+40^\circ)=53^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle APB=53^\circ$ 답 ④

0409 $\angle x=\angle DAC=20^\circ$이고 $\triangle PBC$에서

$20^\circ+\angle y=64^\circ\quad\therefore\ \angle y=44^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=44^\circ-20^\circ=24^\circ$ 답 ①

0410 $\angle DBC=\angle DAC=50^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=35^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(35^\circ+50^\circ+70^\circ)=25^\circ$ 답 25°

0411 $\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$

$\angle ACB=\angle ADB=33^\circ$

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+33^\circ+25^\circ)=57^\circ$ 답 ③

0412 $\angle ACB=\angle ADB=20^\circ$ ㉮

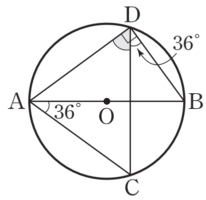
$\triangle DPB$에서 $\angle DBC=20^\circ+25^\circ=45^\circ$ ㉯

$\therefore\ \angle x=45^\circ+20^\circ=65^\circ$ ㉰

답 65°

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ACB$의 크기 구하기	40 %
㉯	$\angle DBC$의 크기 구하기	30 %
㉰	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0413 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



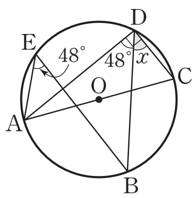
$\angle ADB=90^\circ$

$\angle CDB=\angle CAB=36^\circ$이므로

$\angle ADC=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

답 54°

0414 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로



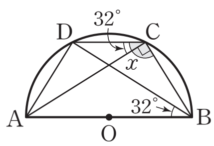
$\angle ADC=90^\circ$

$\angle ADB=\angle AEB=48^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-48^\circ=42^\circ$

답 ②

0415 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90^\circ$

$\angle ACD=\angle ABD=32^\circ$이므로

$\angle x=32^\circ+90^\circ=122^\circ$ 답 ③

0416 $\angle ACD=\angle ABD=60^\circ$이므로 $\triangle DPC$에서

$\angle CDP=180^\circ-(70^\circ+60^\circ)=50^\circ$

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADC=90^\circ$

$\therefore \angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ 답 **40°**

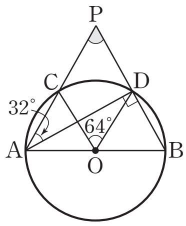
0417 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle DCB=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\angle DAB=\angle DCB=45^\circ$이므로 $\triangle PAD$에서

$\angle APD=180^\circ-(45^\circ+25^\circ)=110^\circ$ 답 **110°**

0418 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$

$\triangle PAD$에서

$\angle P=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$ 답 ③

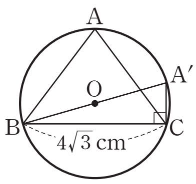
0419 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=\frac{1}{2}\times 58^\circ=29^\circ$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$이고 $\overline{CE}$가 $\angle ACB$의 이등분선이므로

$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle x=45^\circ-29^\circ=16^\circ$ 답 **16°**

0420 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 선분 $A'B$를 그으면



$\angle A'CB=90^\circ$

$\angle A=\angle A'$이므로

$\tan A=\tan A'=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{A'C}}=2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}\,\overline{A'C}=4\sqrt{3}$ $\therefore \overline{A'C}=2(\text{cm})$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}(\text{cm})$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $2\sqrt{13}$ cm이다. 답 **$2\sqrt{13}$ cm**

0421 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

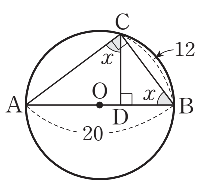
$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{8}=\dfrac{1}{2}$ $\therefore \overline{BC}=4(\text{cm})$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$8+4+4\sqrt{3}=12+4\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ①

0422 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle ACD=x$ ··· (가)

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{16}{20}=\dfrac{4}{5}$, $\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$ ··· (나)

$\therefore \sin x\times\cos x=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{12}{25}$ ··· (다)

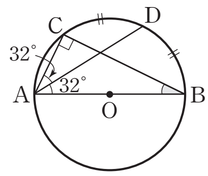
답 **$\dfrac{12}{25}$**

단계	채점요소	배점
(가)	$\angle ABC=\angle ACD=x$임을 알기	50 %
(나)	$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	40 %
(다)	$\sin x\times\cos x$의 값 구하기	10 %

0423 $\overarc{AC}=\overarc{BD}$이므로 $\angle DCB=\angle ABC=28^\circ$

$\triangle PCB$에서 $\angle DPB=28^\circ+28^\circ=56^\circ$ 답 **56°**

0424 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overarc{BD}=\overarc{CD}$이므로



$\angle CAD=\angle DAB=32^\circ$

이때 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+32^\circ+32^\circ)=26^\circ$ 답 ②

0425 $\overarc{AB}=\overarc{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BDC=40^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=40^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서

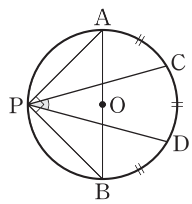
$\angle CAD=180^\circ-(40^\circ+40^\circ+45^\circ)=55^\circ$ 답 ④

0426 $\overarc{AD}=\overarc{DC}$이므로 $\angle DBC=\angle ABD=30^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=56^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180^\circ-(56^\circ+30^\circ+30^\circ)=64^\circ$ 답 **64°**

0427 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



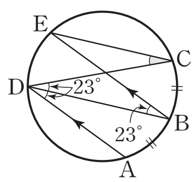
$\angle APB=90^\circ$

$\overarc{AC}=\overarc{CD}=\overarc{DB}$이므로

$\angle CPD=\angle APC=\angle DPB$

$=\frac{1}{3}\angle APB=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$ 답 ③

0428 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overarc{AB}=\overarc{BC}$이므로



$\angle ADB=\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC$

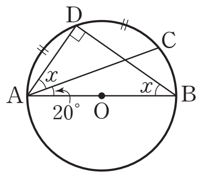
$=\frac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로

$\angle DBE = \angle ADB = 23^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DCE = \angle DBE = 23^\circ$ 답 $\mathbf{23^\circ}$

0429 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADB = 90^\circ$

$\overparen{AD} = \overparen{DC}$이므로

$\angle ABD = \angle DAC = \angle x$

$\triangle ABD$에서

$90^\circ + (\angle x + 20^\circ) + \angle x = 180^\circ$

$2\angle x = 70^\circ \qquad \therefore \angle x = 35^\circ$ 답 $\mathbf{35^\circ}$

0430 $\overparen{AD} = 2\overparen{BC}$이므로

$\angle ABD = 2\angle BAC = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$

$\therefore \angle CPD = \angle APB = 180^\circ - (20^\circ + 40^\circ)$

$= 120^\circ$ (맞꼭지각) 답 $\mathbf{120^\circ}$

0431 $\angle APB = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$

$\overparen{PB} = \frac{1}{2}\overparen{PA}$에서 $\angle PAB = \frac{1}{2}\angle PBA$이므로

$\angle PBA = 2\angle PAB = 2\angle x$

$\triangle PAB$에서 $120^\circ + \angle x + 2\angle x = 180^\circ$이므로

$3\angle x = 60^\circ \qquad \therefore \angle x = 20^\circ$ 답 $\mathbf{20^\circ}$

0432 $\triangle ACP$에서 $\angle CAP = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$

원의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$45 : 180 = 6\pi : l$

$45l = 1080\pi \qquad \therefore l = 24\pi$

따라서 원의 둘레의 길이는 24π cm이다. 답 $\mathbf{24\pi}$ **cm**

0433 $\overparen{AB} : \overparen{CD} = 3 : 2$이므로

$\angle ADB : \angle CBD = 3 : 2$

.... ㉮

$\angle ADB = \angle x$라 하면 $\angle CBD = \frac{2}{3}\angle x$

$\triangle DBP$에서 $\angle x = \frac{2}{3}\angle x + 25^\circ$

$\frac{1}{3}\angle x = 25^\circ \qquad \therefore \angle x = 75^\circ$

$\therefore \angle ADB = 75^\circ$

.... ㉯

답 $\mathbf{75^\circ}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ADB : \angle CBD = 3 : 2$임을 알기	40 %
㉯	$\angle ADB$의 크기 구하기	60 %

0434 $\overparen{AB} : \overparen{BC} : \overparen{CA} = 2 : 3 : 4$이므로

$\angle z : \angle x : \angle y = 2 : 3 : 4$

이때 $\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$이므로

$\angle x = 180^\circ \times \frac{3}{2+3+4} = 60^\circ$

$\angle y = 180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ$

$\angle z = 180^\circ \times \frac{2}{2+3+4} = 40^\circ$

답 $\mathbf{\angle x = 60^\circ,\ \angle y = 80^\circ,\ \angle z = 40^\circ}$

0435 $\overparen{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{9}$이므로

$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ$

.... ㉮

$\overparen{CD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle DBC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

.... ㉯

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle CPD = 20^\circ + 36^\circ = 56^\circ$

.... ㉰

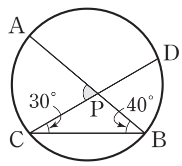
답 $\mathbf{56^\circ}$

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ACB$의 크기 구하기	40 %
㉯	$\angle DBC$의 크기 구하기	40 %
㉰	$\angle CPD$의 크기 구하기	20 %

0436 $\angle ADC$는 $\overparen{ABC}$에 대한 원주각이므로

$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{1+2}{1+2+3+3} = 60^\circ$ 답 $\mathbf{60^\circ}$

0437 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overparen{BD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle BCD = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$

이때 $\overparen{AC} : \overparen{BD} = 4 : 3$이므로

$\angle ABC : \angle BCD = 4 : 3$

$\angle ABC : 30^\circ = 4 : 3 \qquad \therefore \angle ABC = 40^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle APC = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$ 답 $\mathbf{70^\circ}$

0438 ① $\angle BAC \neq \angle BDC$

② $\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ + 40^\circ) = 40^\circ$

$\therefore \angle BAC = \angle BDC = 40^\circ$

③ $\angle ABD = \angle ACD = 55^\circ$

④ $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$

⑤ $\angle BDC=110^\circ-80^\circ=30^\circ$

$\therefore \angle BAC=\angle BDC=30^\circ$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ①이다.

답 ①

0439 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=32^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle x=54^\circ+32^\circ=86^\circ$

답 **86°**

0440 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB=\angle ACB=22^\circ$

$\triangle APC$에서 $\angle DAC=35^\circ+22^\circ=57^\circ$

$\therefore \angle x=22^\circ+57^\circ=79^\circ$

답 **79°**

0441 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACD=\angle x$라 하면 $\angle ABD=\angle x$

$\triangle APC$에서

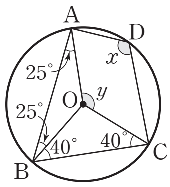
$\angle x=50^\circ+\angle PAC \quad \therefore \angle PAC=\angle x-50^\circ$

$\triangle ABQ$에서 $\angle x+(\angle x-50^\circ)=100^\circ$

$2\angle x=150^\circ \quad \therefore \angle x=75^\circ$

답 **75°**

0442 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=25^\circ$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle OCB=40^\circ$

$\therefore \angle ABC=25^\circ+40^\circ=65^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

$\angle y=2\angle ABC=2\times 65^\circ=130^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=130^\circ-115^\circ=15^\circ$

답 ①

0443 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle x=180^\circ-(110^\circ+40^\circ)=30^\circ$

답 ②

0444 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAB=\angle DBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

답 ③

0445 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90^\circ$

$\triangle DAB$에서

$\angle DAB=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

답 **120°**

0446 $\angle BCE=\angle BDE=62^\circ$이므로 $\triangle BCF$에서

$\angle x=20^\circ+62^\circ=82^\circ$

□ABDE가 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-62^\circ=118^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=82^\circ+118^\circ=200^\circ$

답 **200°**

0447 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times 50^\circ=100^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

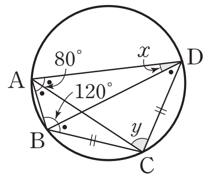
$\angle BCD=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

□OBCD에서 $100^\circ+\angle x+130^\circ+\angle y=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=130^\circ$

답 **130°**

0448 $\overline{BC}=\overline{CD}$에서 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로



$\angle BAC=\angle BDC=\angle CAD=\angle CBD$

$\angle BAC+\angle CAD=80^\circ$이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$120^\circ+\angle x+40^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=20^\circ$

$\triangle ACD$에서 $\angle y=180^\circ-(40^\circ+40^\circ+20^\circ)=80^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=80^\circ-20^\circ=60^\circ$

답 **60°**

다른풀이

$\angle x=\angle ACB=180^\circ-(40^\circ+120^\circ)=20^\circ$

$\angle y=\angle ABD=120^\circ-40^\circ=80^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=80^\circ-20^\circ=60^\circ$

0449 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=100^\circ$

이때 $\angle BCD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이므로

$\angle y=2\angle BCD=2\times 80^\circ=160^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=100^\circ+160^\circ=260^\circ$

답 **260°**

0450 $\triangle DCE$에서 $\angle DCE=100^\circ-35^\circ=65^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD=\angle DCE=65^\circ$

답 **65°**

0451 $\angle BDC=\angle BAC=55^\circ$이므로

$\angle ADC=45^\circ+55^\circ=100^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABE=\angle ADC=100^\circ$

답 **100°**

0452 $\overset{\frown}{ADC}$의 길이는 원주의 $\frac{2}{3}$이므로

$\angle ABC=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

.... ㉮

$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$이므로

$\angle \mathrm{BAD}=180^\circ\times\frac{3}{5}=108^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle \mathrm{BAD}=108^\circ$

.... ㉯

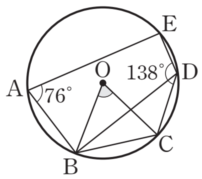
$\therefore\ \angle x+\angle y=60^\circ+108^\circ=168^\circ$

.... ㉰

답 168°

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
㉯	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
㉰	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

0453 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면 $\square$ABDE가 원에 내접하므로



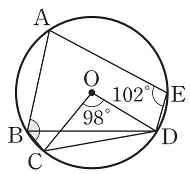
$\angle \mathrm{BDE}=180^\circ-76^\circ=104^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{BDC}=138^\circ-104^\circ=34^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{BOC}=2\angle \mathrm{BDC}=2\times34^\circ=68^\circ$

답 68°

0454 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면 $\square$ABDE가 원에 내접하므로



$\angle \mathrm{ABD}=180^\circ-102^\circ=78^\circ$

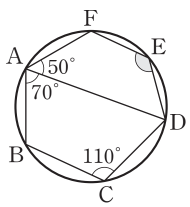
$\angle \mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{COD}$

$=\frac{1}{2}\times98^\circ=49^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{ABC}=78^\circ+49^\circ=127^\circ$

답 127°

0455 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면 $\square$ABCD가 원에 내접하므로



$\angle \mathrm{BAD}=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

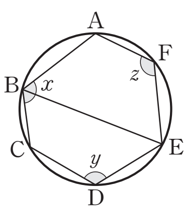
$\angle \mathrm{FAD}=120^\circ-70^\circ=50^\circ$

$\square$ADEF가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{FED}=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

답 130°

0456 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BE}}$를 그으면 $\square$ABEF가 원에 내접하므로



$\angle \mathrm{ABE}+\angle z=180^\circ$

$\square$BCDE가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{CBE}+\angle y=180^\circ$

.... ㉮

$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z$

$=(\angle \mathrm{ABE}+\angle \mathrm{CBE})+\angle y+\angle z$

$=(\angle \mathrm{ABE}+\angle z)+(\angle \mathrm{CBE}+\angle y)$

$=180^\circ+180^\circ$

$=360^\circ$

.... ㉯

답 360°

단계	채점요소	배점
㉮	원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°임을 이용하기	50 %
㉯	$\angle x+\angle y+\angle z$의 크기 구하기	50 %

0457 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{CDQ}=\angle \mathrm{ABC}=56^\circ$

$\triangle$PBC에서 $\angle \mathrm{DCQ}=56^\circ+24^\circ=80^\circ$

따라서 $\triangle$DCQ에서

$\angle x=180^\circ-(56^\circ+80^\circ)=44^\circ$ 답 44°

0458 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{QDC}=\angle \mathrm{ABC}=\angle x$

$\triangle$PBC에서 $\angle \mathrm{DCQ}=\angle x+43^\circ$

따라서 $\triangle$DCQ에서

$\angle x+(\angle x+43^\circ)+33^\circ=180^\circ$

$2\angle x=104^\circ\qquad\therefore\ \angle x=52^\circ$ 답 ④

0459 $\angle \mathrm{ADP}=\angle \mathrm{QDC}=\angle a$라 하면 $\triangle$PAD에서

$\angle \mathrm{DAB}=\angle a+42^\circ$

$\triangle$DCQ에서 $\angle x=\angle a+40^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$(\angle a+42^\circ)+(\angle a+40^\circ)=180^\circ$

$2\angle a=98^\circ\qquad\therefore\ \angle a=49^\circ$

$\therefore\ \angle x=49^\circ+40^\circ=89^\circ$ 답 89°

다른풀이

$\angle \mathrm{DCQ}=180^\circ-\angle x$

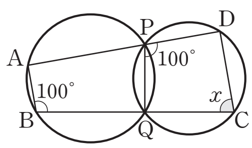
$\square$ABCD가 원에 내접하므로 $\angle \mathrm{DAP}=\angle \mathrm{BCD}=\angle x$

$\triangle$ADP와 $\triangle$DCQ에서

$\angle x+42^\circ=(180^\circ-\angle x)+40^\circ$, $2\angle x=178^\circ$

$\therefore\ \angle x=89^\circ$

0460 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 그으면 $\square$ABQP가 원에 내접하므로

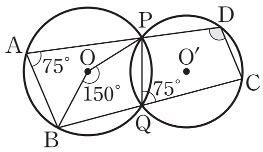


$\angle \mathrm{DPQ}=\angle \mathrm{ABQ}=100^\circ$

$\square$PQCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ 답 80°

0461 $\angle PAB=\frac{1}{2}\angle POB=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면


□ABQP가 원에 내접하므로
$\angle PQC=\angle PAB=75^\circ$
□PQCD가 원에 내접하므로
$\angle PDC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

답 **105°**

0462 □DBQP가 원에 내접하므로
$\angle BQP=\angle ADP=85^\circ$ ㉮

□PQCE가 원에 내접하므로
$\angle PEC=\angle BQP=85^\circ$ ㉯

답 **85°**

단계	채점요소	배점
㉮	∠BQP의 크기 구하기	50 %
㉯	∠PEC의 크기 구하기	50 %

0463 □ABCH가 원에 내접하므로
$\angle HCD=\angle HAB=95^\circ$
□HCDG가 원에 내접하므로
$\angle FGD=\angle HCD=95^\circ$
□GDEF가 원에 내접하므로
$\angle DEF=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

답 **85°**

0464 ① △ACD에서 $\angle ADC=180^\circ-(45^\circ+15^\circ)=120^\circ$
$\therefore \angle ABC+\angle ADC=180^\circ$
② $\angle DCE\neq\angle BAD$
③ $\angle BAC\neq\angle BDC$
④ $\angle ADC=\angle ABE=100^\circ$
⑤ $\angle A+\angle C=180^\circ$
따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ②, ③이다.

답 ②, ③

0465 답 ①

0466 $\angle BAC=\angle BDC=54^\circ$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.
$\therefore \angle x=180^\circ-(36^\circ+54^\circ)=90^\circ$

답 ②

0467 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle ABC=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
△ABF에서 $\angle DAE=50^\circ+35^\circ=85^\circ$
따라서 △ADE에서 $\angle x=130^\circ-85^\circ=45^\circ$

답 **45°**

0468 ㄴ. 등변사다리꼴의 아랫변, 윗변의 양 끝 각의 크기가 각각 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180°이다.
ㄹ, ㅂ. 직사각형, 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄹ, ㅂ이다.

답 **ㄴ, ㄹ, ㅂ**

0469 $\angle AFB=\angle AEB=90^\circ$이므로 □ABEF는 원에 내접한다. 마찬가지로 □ADEC, □BCFD도 원에 내접한다.
또 $\angle ADG+\angle AFG=180^\circ$이므로 □ADGF는 원에 내접한다. 마찬가지로 □BEGD, □GECF도 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하는 사각형의 개수는 6개이다.

답 **6개**

0470 $\angle ACB=\angle ABT=58^\circ$이므로
$\angle AOB=2\times58^\circ=116^\circ$
이때 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$

답 ⑤

0471 $\angle BAT'=180^\circ-(45^\circ+55^\circ)=80^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAT'=80^\circ$

답 **80°**

0472 △BTP에서 $\angle BTP=70^\circ-32^\circ=38^\circ$
$\therefore \angle BAT=\angle BTP=38^\circ$

답 **38°**

0473 $\angle ACB=\angle ABT=80^\circ$
$\widehat{AB}=2\widehat{BC}$이므로
$\angle ACB:\angle CAB=2:1$
$80^\circ:\angle CAB=2:1$, $2\angle CAB=80^\circ$
$\therefore \angle CAB=40^\circ$

답 **40°**

0474 $\angle CAB=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$
$\angle BCA=\angle BAT'=74^\circ$
따라서 △BCA에서
$\angle ABC=180^\circ-(74^\circ+75^\circ)=31^\circ$

답 ②

0475 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=5:3:4$이므로
$\angle BCA:\angle CAB:\angle CBA=5:3:4$ ㉮

따라서 $\angle BCA=180^\circ\times\frac{5}{5+3+4}=75^\circ$이므로 ㉯

$\angle BAT=\angle BCA=75^\circ$ ㉰

답 **75°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle BCA : \angle CAB : \angle CBA$ 구하기	40 %
㉯	$\angle BCA$의 크기 구하기	40 %
㉰	$\angle BAT$의 크기 구하기	20 %

0476 $\triangle APT$는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ATP=\angle APT=36^\circ$
$\therefore\ \angle ABT=\angle ATP=36^\circ$
따라서 $\triangle BPT$에서
$\angle x=180^\circ-(36^\circ+36^\circ+36^\circ)=72^\circ$ 답 ③

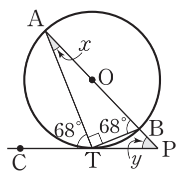
0477 $\triangle ABD$에서
$\angle BAD=180^\circ-(34^\circ+58^\circ)=88^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-88^\circ=92^\circ$
$\angle DBC=\angle DCT=46^\circ$이므로 $\triangle BCD$에서
$\angle x=180^\circ-(46^\circ+92^\circ)=42^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=92^\circ-42^\circ=50^\circ$ 답 **50°**

0478 $\angle ADB=\angle ACB=32^\circ$
$\therefore\ \angle CDA=46^\circ+32^\circ=78^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CBA=180^\circ-78^\circ=102^\circ$
$\therefore\ \angle CAT=\angle CBA=102^\circ$ 답 **102°**
다른풀이
$\angle CAB=\angle CDB=46^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서
$\angle CBA=180^\circ-(32^\circ+46^\circ)=102^\circ$
$\therefore\ \angle CAT=\angle CBA=102^\circ$

0479 $\angle DCT=\angle CAD=35^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDT=\angle ABC=100^\circ$
따라서 $\triangle DCT$에서
$\angle DTC=180^\circ-(35^\circ+100^\circ)=45^\circ$ 답 **45°**

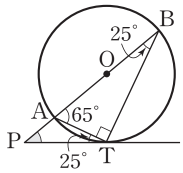
0480 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\triangle DCP$에서 $\angle DCP=70^\circ-46^\circ=24^\circ$
$\therefore\ \angle CAD=\angle DCP=24^\circ$ 답 **24°**

0481 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ATB=90^\circ$
$\angle ABT=\angle ATC=68^\circ$이므로 $\triangle ATB$에서

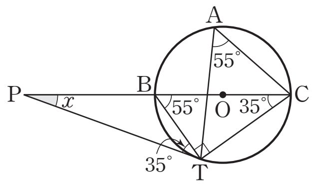


$\angle x=180^\circ-(90^\circ+68^\circ)=22^\circ$
$\triangle ATP$에서 $\angle y=68^\circ-22^\circ=46^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=46^\circ-22^\circ=24^\circ$ 답 **24°**

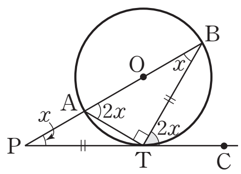
0482 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ATB=90^\circ$
$\triangle ATB$에서
$\angle BAT=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$
$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로 $\triangle APT$에서
$\angle APT=65^\circ-25^\circ=40^\circ$ 답 **40°**



0483 오른쪽 그림과 같이
$\overline{BT}$를 그으면 $\overline{BC}$가 원 O의
지름이므로
$\angle BTC=90^\circ$
$\angle TBC=\angle TAC=55^\circ$이므로
$\triangle BTC$에서
$\angle BCT=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$
$\angle BTP=\angle BCT=35^\circ$이므로 $\triangle BPT$에서
$\angle x=55^\circ-35^\circ=20^\circ$ 답 **20°**



0484 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 긋고 $\angle PBT=\angle x$라 하면 $\triangle PTB$는
$\overline{PT}=\overline{BT}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BPT=\angle PBT=\angle x$
$\triangle BPT$에서 $\angle BTC=\angle x+\angle x=2\angle x$
$\therefore\ \angle BAT=\angle BTC=2\angle x$ ㉮



이때 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$
따라서 $\triangle ATB$에서
$2\angle x+\angle x+90^\circ=180^\circ$, $3\angle x=90^\circ$ $\therefore\ \angle x=30^\circ$
$\therefore\ \angle BTC=2\angle x=2\times30^\circ=60^\circ$ ㉯
답 **60°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle PBT=\angle x$로 놓고 $\angle BAT$의 크기를 $\angle x$로 나타내기	50 %
㉯	$\angle BTC$의 크기 구하기	50 %

0485 $\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\therefore\ \angle DFE=\angle BED=65^\circ$
따라서 $\triangle DEF$에서
$\angle EDF=180^\circ-(65^\circ+48^\circ)=67^\circ$ 답 **67°**

0486 $\triangle$PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\angle ABC=\angle CAD=75^\circ$이므로

$\angle CBE=180^\circ-(64^\circ+75^\circ)=41^\circ$ 답 **41°**

0487 $\triangle$BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle BED=63^\circ$

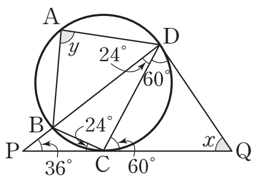
$\angle CEF=\angle EDF=62^\circ$이고 $\triangle$CFE는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CFE=\angle CEF=62^\circ$

$\therefore\ \angle y=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)=56^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=63^\circ+56^\circ=119^\circ$ 답 **119°**

0488 $\triangle$PCD에서



$\angle DCQ=36^\circ+24^\circ=60^\circ$

$\triangle$CQD는 $\overline{QC}=\overline{QD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDQ=\angle DCQ=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

위의 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\angle BCP=\angle BDC=24^\circ$이므로

$\angle BCD=180^\circ-(24^\circ+60^\circ)=96^\circ$

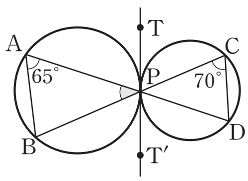
이때 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-96^\circ=84^\circ$ 답 **$\angle x=60^\circ$, $\angle y=84^\circ$**

유형 UP

본문 p.77

0489 오른쪽 그림과 같이 두 원에 공통인 접선 PT를 그으면



$\angle ABP=\angle APT=\angle DPT'$

$=\angle DCP=70^\circ$

따라서 $\triangle$ABP에서

$\angle APB=180^\circ-(65^\circ+70^\circ)=45^\circ$ 답 **45°**

0490 $\angle x=\angle QTB=\angle PTA=\angle ADT=65^\circ$

$\triangle$TCB에서

$\angle y=180^\circ-(40^\circ+65^\circ)=75^\circ$ 답 **$\angle x=65^\circ$, $\angle y=75^\circ$**

0491 직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로

$\angle y=\angle ABT=70^\circ$

$\angle x=\angle y=70^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=70^\circ+70^\circ=140^\circ$ 답 **140°**

0492 ①, ③ $\angle TAB=\angle QTD=\angle ACD$ (동위각)이므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

④, ⑤ $\triangle$TAB와 $\triangle$TCD에서

$\angle TAB=\angle TCD$, $\angle ATB$는 공통이므로

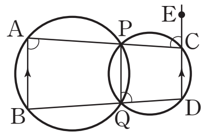
$\triangle TAB\sim\triangle TCD$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{TA}:\overline{TC}=\overline{AB}:\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0493 ① $\angle PAB=\angle PQD$

$=\angle PCE$

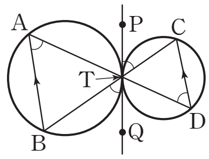


따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

② $\angle BAT=\angle BTQ=\angle CTP$

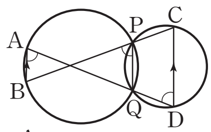
$=\angle CDT$



따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

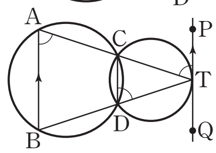
③ $\angle BAQ=\angle BPQ=\angle QDC$



따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

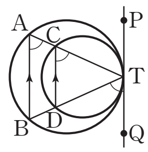
④ $\angle BAC=\angle CDT=\angle CTP$



따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{PQ}$이지만 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 평행한지 알 수 없다.

⑤ $\angle BAT=\angle BTQ=\angle DCT$



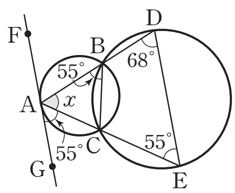
따라서 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 서로 평행하다고 할 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

0494 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=\angle GAC=55^\circ$

이때 □BCED가 큰 원에 내접하므로

$\angle CED=\angle ABC=55^\circ$

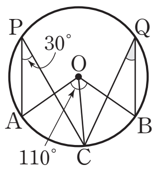
따라서 $\triangle$AED에서

$\angle x=180^\circ-(68^\circ+55^\circ)=57^\circ$ 답 **57°**

중단원 마무리하기

본문 p.78~81

0495 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle AOC=2\angle APC=2\times30^\circ=60^\circ$

$\therefore \angle COB=110^\circ-60^\circ=50^\circ$

$\therefore \angle CQB=\frac{1}{2}\angle COB=\frac{1}{2}\times50^\circ$

$=25^\circ$

답 ③

0496 $\angle y=2\angle ABC=2\times70^\circ=140^\circ$

$\overset{\frown}{ABC}$에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ-\angle y=360^\circ-140^\circ=220^\circ$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times220^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=140^\circ-110^\circ=30^\circ$

답 ④

0497 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\angle ABD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

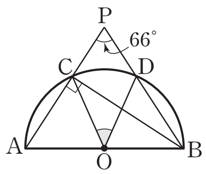
$\therefore \angle y=\angle ABD=60^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=55^\circ+60^\circ=115^\circ$

답 ③

0498 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

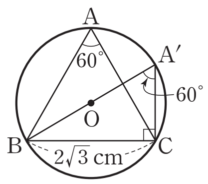
$\triangle PCB$에서

$\angle CBP=180^\circ-(66^\circ+90^\circ)=24^\circ$

$\therefore \angle COD=2\angle CBD=2\times24^\circ=48^\circ$

답 ②

0499 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 선분 A′B를 그으면



$\angle A'CB=90^\circ$

$\angle BA'C=\angle BAC=60^\circ$이므로

$\triangle A'BC$에서

$\sin 60^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{\overline{A'B}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{A'B}=4(\text{cm})$

따라서 원 O의 지름의 길이는 4 cm이다.

답 ①

0500 $\overset{\frown}{AB}=3\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle x=3\angle DBC$ $\quad\therefore \angle DBC=\frac{1}{3}\angle x$

$\triangle DBP$에서

$\angle x=\frac{1}{3}\angle x+20^\circ$, $\frac{2}{3}\angle x=20^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

답 ④

0501 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle DBC=\angle ACB=30^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

답 **60°**

0502 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=1:2:3$이므로

$\angle ACB:\angle CAB:\angle ABC=1:2:3$

① $\angle CAB=180^\circ\times\frac{2}{1+2+3}=60^\circ$

② $\angle ABC=180^\circ\times\frac{3}{1+2+3}=90^\circ$

③ $\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{1+2+3}=30^\circ$

④ $\triangle ABC$는 $\angle ABC=90^\circ$인 직각삼각형이다.

⑤ $\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3$이므로 $6\pi:\overset{\frown}{CA}=2:3$

$2\overset{\frown}{CA}=18\pi$ $\quad\therefore \overset{\frown}{CA}=9\pi(\text{cm})$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0503 ① $\angle ADB=\angle ACB=20^\circ$

② $\angle ABD\neq\angle ACD$

③ $\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

④ $\angle ADB=\angle ACB=60^\circ$

⑤ $\angle BDC=120^\circ-80^\circ=40^\circ$이므로 $\angle BAC=\angle BDC$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ②이다.

답 ②

0504 $\triangle DAE$에서 $\angle DAE=80^\circ-15^\circ=65^\circ$

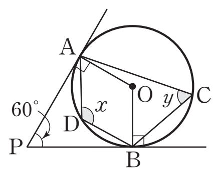
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=15^\circ$

$\triangle APC$에서 $\angle x=65^\circ-15^\circ=50^\circ$

답 **50°**

0505 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로



□APBO에서

$\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\angle y=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

□ADBC가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=120^\circ-60^\circ=60^\circ$

답 ②

0506 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BCD=\angle EAD=65^\circ$

$\therefore \angle x=65^\circ-30^\circ=35^\circ$

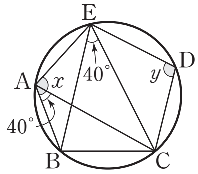
$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

답 **$\angle x=35^\circ$, $\angle y=125^\circ$**

0507 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 □ACDE가 원에 내접하므로



$\angle EAC+\angle CDE=180^\circ$

또 $\angle BAC=\angle BEC=40^\circ$이므로

$\angle x+\angle y=\angle BAC+\angle EAC+\angle CDE$

$=40^\circ+180^\circ=220^\circ$ 답 **220°**

0508 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle QDC=\angle x$

△PBC에서 $\angle DCQ=\angle x+22^\circ$

△DCQ에서

$\angle x+(\angle x+22^\circ)+52^\circ=180^\circ$

$2\angle x=106^\circ$ $\therefore \angle x=53^\circ$ 답 ④

0509 □ABQP와 □PQCD가 원에 내접하므로

① $\angle PQC=\angle PAB=100^\circ$

② ∠ABQ의 크기는 알 수 없다.

③ $\angle CDP+\angle PQC=180^\circ$이므로

$\angle CDP+100^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle CDP=80^\circ$

④ $\angle PAB+\angle CDP=100^\circ+80^\circ=180^\circ$이므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$

⑤ $\angle ABQ=\angle DPQ$이므로 $\angle DPQ+\angle DCQ=180^\circ$에서

$\angle ABQ+\angle DCQ=180^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0510 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-106^\circ)=37^\circ$

이때 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle CAD=\angle ACB=37^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DCT=\angle CAD=37^\circ$ 답 **37°**

0511 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$

$\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$, $\overline{AB}=8$ cm이므로 △ATB에서

$\overline{AT}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4(\text{cm})$

$\overline{BT}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ATB=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 **$8\sqrt{3}$ cm²**

0512 △PAC는 $\overline{PA}=\overline{PC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle ACP=63^\circ$

또 $\widehat{AB}:\widehat{BC}=2:1$이므로

$\angle x:\angle BAC=2:1$, $2\angle BAC=\angle x$

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle x$

△ABC에서 $63^\circ+\frac{1}{2}\angle x+\angle x=180^\circ$

$\frac{3}{2}\angle x=117^\circ$ $\therefore \angle x=78^\circ$ 답 **78°**

0513 △ABC에서

$\angle DBE=180^\circ-(65^\circ+55^\circ)=60^\circ$

△BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle DFE=\angle BED=60^\circ$ 답 ③

다른풀이

△ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

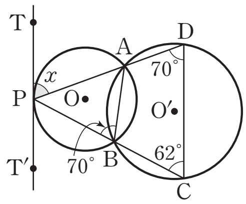
$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-65^\circ)=57.5^\circ$

△CFE는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-55^\circ)=62.5^\circ$

$\therefore \angle DFE=180^\circ-(57.5^\circ+62.5^\circ)=60^\circ$

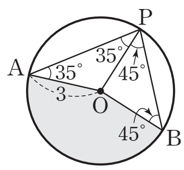
0514 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 □ABCD가 원 O′에 내접하므로



$\angle ABP=\angle ADC=70^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ABP=70^\circ$ 답 ③

0515 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면 △AOP는 $\overline{OA}=\overline{OP}$인 이등변삼각형이므로 $\angle APO=\angle PAO=35^\circ$



△POB는 $\overline{OB}=\overline{OP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BPO=\angle PBO=45^\circ$

$\therefore \angle APB=35^\circ+45^\circ=80^\circ$ ㉮

$\angle AOB=2\angle APB=2\times80^\circ=160^\circ$ ㉯

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times3^2\times\frac{160}{360}=4\pi$ ㉰

답 **4π**

단계	채점요소	배점
㉮	∠APB의 크기 구하기	40 %
㉯	∠AOB의 크기 구하기	40 %
㉰	색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

0516 $\angle BCD = \angle BAD = \angle x$

$\triangle BPC$에서 $\angle PBC = \angle x - 35^\circ$

··························· ㉮

따라서 $\triangle AQB$에서

$\angle x + (\angle x - 35^\circ) = 75^\circ$

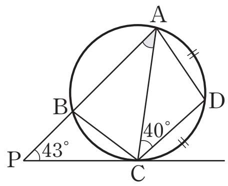
$2\angle x = 110^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 55^\circ$

··························· ㉯

답 **55°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle PBC$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타내기	50 %
㉯	$\angle x$의 크기 구하기	50 %

0517 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AD} = \widehat{DC}$이므로



$\angle CAD = \angle ACD = 40^\circ$

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$

··························· ㉮

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

··························· ㉯

$\triangle BPC$에서 $\angle BCP = 80^\circ - 43^\circ = 37^\circ$

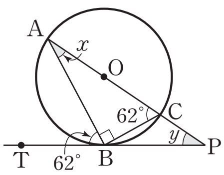
$\therefore\ \angle BAC = \angle BCP = 37^\circ$

··························· ㉰

답 **37°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
㉯	$\angle ABC$의 크기 구하기	30 %
㉰	$\angle BAC$의 크기 구하기	30 %

0518 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ABC = 90^\circ$

$\angle ACB = \angle ABT = 62^\circ$

··························· ㉮

$\triangle ABC$에서

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 62^\circ) = 28^\circ$

··························· ㉯

$\triangle ABP$에서 $\angle y = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$

··························· ㉰

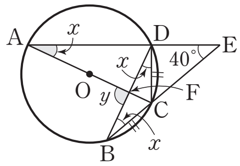
$\therefore\ \angle y - \angle x = 34^\circ - 28^\circ = 6^\circ$

··························· ㉱

답 **6°**

단계	채점요소	배점
㉮	$\angle ACB$의 크기 구하기	30 %
㉯	$\angle x$의 크기 구하기	30 %
㉰	$\angle y$의 크기 구하기	30 %
㉱	$\angle y - \angle x$의 크기 구하기	10 %

0519 $\angle DBC = \angle DAC = \angle x$이므로 $\triangle DBE$에서



$\angle ADB = \angle x + 40^\circ$

$\widehat{BC} = \widehat{CD}$이므로

$\angle BDC = \angle DBC = \angle x$

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADC = 90^\circ$에서

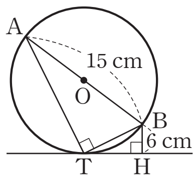
$(\angle x + 40^\circ) + \angle x = 90^\circ$

$2\angle x = 50^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 25^\circ$

따라서 $\angle ADF = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$이므로 $\triangle AFD$에서

$\angle y = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$ 답 **$\angle x = 25^\circ$, $\angle y = 90^\circ$**

0520 오른쪽 그림과 같이 $\overline{TB}$를 그으면 $\triangle ATB$와 $\triangle THB$에서



$\angle ATB = \angle THB = 90^\circ$,

$\angle TAB = \angle HTB$

$\therefore\ \triangle ATB \backsim \triangle THB$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AB} : \overline{TB} = \overline{TB} : \overline{HB}$이므로

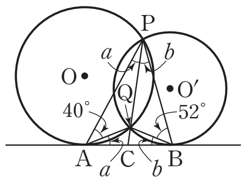
$15 : \overline{TB} = \overline{TB} : 6$, $\overline{TB}^2 = 90$

$\therefore\ \overline{TB} = 3\sqrt{10}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{TB} > 0)$

따라서 $\triangle THB$에서

$\overline{TH} = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 - 6^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}\,(\text{cm})$ 답 **$3\sqrt{6}$ cm**

0521 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 C라 하자.



$\angle QAC = \angle APC = \angle a$,

$\angle QBC = \angle BPC = \angle b$라 하면

$\triangle PAB$에서

$(\angle a + \angle b) + (40^\circ + \angle a) + (\angle b + 52^\circ) = 180^\circ$

$2(\angle a + \angle b) = 88^\circ \qquad \therefore\ \angle a + \angle b = 44^\circ$

$\therefore\ \angle APB = \angle a + \angle b = 44^\circ$

답 ⑤

05 대푯값과 산포도

교과서문제 정복하기

본문 p. 85

0522 $(\text{평균})=\dfrac{8+5+4+10+7+2}{6}$

$=\dfrac{36}{6}=6$ 답 **6**

0523 $(\text{평균})=\dfrac{80+85+95+93+77+86}{6}$

$=\dfrac{516}{6}=86$ 답 **86**

0524 $(\text{평균})=\dfrac{18+20+21+22+24+26+24+21}{8}$

$=\dfrac{176}{8}=22$ 답 **22**

0525 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
80, 80, 90, 100, 130
이므로 중앙값은 3번째 값인 90이다. 답 **90**

0526 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 7, 8, 9
이므로 중앙값은 3번째와 4번째 값의 평균인
$\dfrac{5+7}{2}=6$ 답 **6**

0527 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10
이므로 중앙값은 4번째와 5번째 값의 평균인
$\dfrac{5+6}{2}=5.5$ 답 **5.5**

0528 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
68, 69, 76, 83, 87, 95, 97
이므로 중앙값은 4번째 값인 83이다. 답 **83**

0529 가장 많이 나타나는 값이 3이므로 최빈값은 3이다. 답 **3**

0530 가장 많이 나타나는 값이 2이므로 최빈값은 2이다. 답 **2**

0531 가장 많이 나타나는 값이 9, 10이므로 최빈값은 9, 10이다. 답 **9, 10**

0532 가장 많이 나타나는 것은 빨강이므로 최빈값은 빨강이다. 답 **빨강**

0533 주어진 변량은 작은 값부터 크기순으로 나열되어 있으므로 중앙값은 7번째 값인 19시간이다.
또 가장 많이 나타나는 값이 22이므로 최빈값은 22시간이다.
답 **중앙값 : 19시간, 최빈값 : 22시간**

0534 편차의 합은 항상 0이므로
$-2+x+0+1+2=0,\ x+1=0$
$\therefore x=-1$ 답 **-1**

0535 편차의 합은 항상 0이므로
$-4+2+x+(-1)+0=0,\ x-3=0$
$\therefore x=3$ 답 **3**

0536 편차의 합은 항상 0이므로
$-7+(-3)+8+x+5+(-4)=0,\ x-1=0$
$\therefore x=1$ 답 **1**

0537 (1) 편차의 합은 항상 0이므로
$0+(-8)+x+(-13)+12=0,\ x-9=0$
$\therefore x=9$
(2) $85-8=77$(점)
답 (1) **9** (2) **77점**

0538 (1) $(\text{평균})=\dfrac{2+4+6+8+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$
(2) $(\text{편차의 합})=(-4)+(-2)+0+2+4=0$
(3) $\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}=(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2=40$
(4) $(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}=\dfrac{40}{5}=8$
(5) $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
답 (1) **6** (2) **0** (3) **40** (4) **8** (5) **$2\sqrt{2}$**

유형 익히기

본문 p.86~91

0539 4개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 8이므로
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=8 \quad \therefore a+b+c+d=32$
따라서 5개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$, 9의 평균은
$\dfrac{a+b+c+d+9}{5}=\dfrac{32+9}{5}=\dfrac{41}{5}=8.2$ 답 ②

0540 $\dfrac{2+6+6+3+5}{5}=\dfrac{22}{5}=4.4$(개)

답 **4.4개**

0541 3개의 변량 a, b, c의 평균이 10이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=10 \qquad \therefore a+b+c=30$

따라서 4개의 변량 $3a-3$, $3b+1$, $3c$, 8의 평균은

$$\begin{aligned}\frac{(3a-3)+(3b+1)+3c+8}{4}&=\frac{3(a+b+c)+6}{4}\\&=\frac{3\times30+6}{4}\\&=\frac{96}{4}=24\end{aligned}$$

답 ②

0542 A조의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 23, 25, 32, 47

중앙값은 3번째 값이므로

$a=25$

B조의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 9, 11, 15, 20, 24

중앙값은 3번째와 4번째 값의 평균이므로

$b=\dfrac{11+15}{2}=13$

$\therefore a+b=25+13=38$

답 **38**

0543 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 8

$$\begin{aligned}\therefore a&=\frac{1+1+3+4+4+5+5+6+7+8+8+8}{12}\\&=\frac{60}{12}=5\end{aligned}$$

중앙값은 6번째와 7번째 값의 평균이므로

$b=\dfrac{5+5}{2}=5$

$\therefore ab=5\times5=25$

답 **25**

0544 $p\le q\le r$라 할 때, 중앙값이 가장 큰 경우 9개의 정수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 4, 7, 8, 9, p, q, r

따라서 중앙값이 될 수 있는 가장 큰 수는 5번째 수인 8이다.

답 **8**

0545 볼링공에 적힌 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 11, 12, 13

이므로

$$\begin{aligned}m&=\frac{7+8+8+9+10+11+11+11+12+13}{10}\\&=\frac{100}{10}=10\end{aligned}$$

중앙값은 5번째와 6번째의 값의 평균이므로

$a=\dfrac{10+11}{2}=10.5$

가장 많이 나타나는 값이 11이므로

$b=11$

$\therefore m+a+b=10+10.5+11=31.5$

답 **31.5**

0546 바둑 급수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9

가장 많이 나타나는 값은 8이므로 최빈값은 8급이다.

따라서 바둑 급수가 최빈값인 학생은 창훈, 진수, 태연이다.

답 **창훈, 진수, 태연**

0547 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13

중앙값은 4번째와 5번째 값의 평균이므로

$\dfrac{8+9}{2}=8.5$(kg)

··· ㉮

가장 많이 나타나는 값은 5이므로 최빈값은 5 kg이다.

··· ㉯

따라서 중앙값과 최빈값의 합은

$8.5+5=13.5$(kg)

··· ㉰

답 **13.5 kg**

단계	채점요소	배점
㉮	중앙값 구하기	40 %
㉯	최빈값 구하기	40 %
㉰	중앙값과 최빈값의 합 구하기	20 %

0548 윗몸일으키기 횟수는 작은 값부터 크기순으로 나열되어 있으므로 중앙값은 6번째와 7번째 값의 평균이다.

$\therefore a=\dfrac{13+15}{2}=14$

가장 많이 나타나는 값은 15이므로

$b=15$

$\therefore a+b=14+15=29$

답 **29**

0549
$$\begin{aligned}a&=\frac{5+7+10+11+16+16+20+23+25+34}{10}\\&=\frac{167}{10}=16.7\end{aligned}$$

던지기 기록은 작은 값부터 크기순으로 나열되어 있으므로 중앙값은 5번째와 6번째 값의 평균이다.

$\therefore b=\frac{16+16}{2}=16$

가장 많이 나타나는 값이 16이므로

$c=16$

$\therefore a+b+c=16.7+16+16=48.7$ 답 **48.7**

0550 $a=\frac{1\times2+2\times4+3\times5+4\times3+5\times1}{15}$

$=\frac{42}{15}=2.8$

중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째 값이므로

$b=3$

가장 많이 나타나는 값은 3이므로

$c=3$

$\therefore a+b-c=2.8+3-3=2.8$ 답 ②

0551 a를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

9, 13, 27

이때 중앙값이 14이므로 $13<a<27$

4개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

9, 13, a, 27

중앙값은 2번째와 3번째 값의 평균이므로

$\frac{13+a}{2}=14$, $13+a=28$ $\therefore a=15$

$\therefore$ (평균)$=\frac{27+9+13+15}{4}=\frac{64}{4}=16$ 답 **16**

0552 평균이 24회이므로

$\frac{24+28+40+12+8+x}{6}=24$

$112+x=144$ $\therefore x=32$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 12, 24, 28, 32, 40

따라서 중앙값은 3번째와 4번째 값의 평균이므로

$\frac{24+28}{2}=26$(회) 답 ③

0553 처음 과학 동아리의 학생 8명의 과학 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째 값을 x점이라 하면 중앙값은 4번째와 5번째 값의 평균이므로

$\frac{78+x}{2}=80$, $78+x=160$ $\therefore x=82$

이 동아리에 과학 점수가 83점인 학생이 들어왔을 때, 9명의 과학 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 5번째 값인 82점이다. 답 **82점**

0554 최빈값이 28이므로 $b=28$ ㉮

중앙값은 6번째와 7번째 값의 평균이므로

$\frac{a+28}{2}=26$, $a+28=52$ $\therefore a=24$ ㉯

$\therefore b-a=28-24=4$ ㉰

답 **4**

단계	채점요소	배점
㉮	b의 값 구하기	40 %
㉯	a의 값 구하기	40 %
㉰	$b-a$의 값 구하기	20 %

0555 a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 8, 13, 22

이때 $a<b$이고 중앙값은 4번째 값이므로

$a=9$

평균이 11분이므로

$\frac{4+8+22+13+3+9+b}{7}=11$

$59+b=77$ $\therefore b=18$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{18}{9}=2$ 답 ③

0556 세 자연수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값이 12이므로

a, 12, b

평균이 10이므로

$\frac{a+12+b}{3}=10$, $a+b+12=30$

$\therefore a+b=18$ …… ㉠

이를 만족시키려면 $1\le a<12$, $12<b<18$ …… ㉡

이어야 하므로 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

(1, 17), (2, 16), (3, 15), (4, 14), (5, 13)

의 5개이다. 답 **5개**

0557 최빈값이 5이므로 나머지 4개의 변량 중 5가 3개 이상이어야 한다.

5가 4개일 때, 평균은

$\frac{2+4+4+5+5+5+5}{7}=\frac{30}{7}\neq5$

이므로 5는 3개이다.

나머지 1개의 변량을 a $(a\neq5)$라 하면

$\frac{2+4+4+5+5+5+a}{7}=5$

$25+a=35$ $\therefore a=10$

따라서 7개의 변량 중 가장 큰 값은 10이다. 답 **10**

0558 편차의 합은 항상 0이므로
$(-3)+(-4)+3+6+x=0 \quad \therefore x=-2$
따라서 E의 수학 점수는
$76-2=74$(점) 답 ③

0559 ① $3+(-2)+4+x+(-3)=0 \quad \therefore x=-2$
② 민정이의 봉사활동 시간은 $20-2=18$(시간)
③ 편차가 클수록 변량이 크므로 편차가 가장 큰 재석이가 봉사활동을 가장 많이 했다.
④ 평균보다 봉사활동 시간이 더 많은 학생은 연우, 재석의 2명이다.
⑤ 연우가 선영이보다 6시간 더 봉사활동을 했다.
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0560 편차의 합은 항상 0이므로
$2+(-4)+x+(-2)+(1-2x)=0$
$-3-x=0 \quad \therefore x=-3$
이때 C와 E의 점수는 각각
$72+x=72-3=69$(점),
$72+(1-2x)=72+7=79$(점)
따라서 C와 E의 점수의 평균은
$\dfrac{69+79}{2}=\dfrac{148}{2}=74$(점) 답 ④

0561 $(\text{분산})=\dfrac{2^2+1^2+(-1)^2+0^2+(-2)^2}{5}$
$=\dfrac{10}{5}=2$
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}$(점) 답 ②

0562 ⑤ 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균에 가깝다. 답 ⑤

0563 편차의 합은 항상 0이므로
$(-2)+(-5)+x+2+1=0 \quad \therefore x=4$
$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-5)^2+4^2+2^2+1^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$ 답 10

0564 ㄱ. 현수와 연재의 점수의 차는 편차의 차와 같으므로
$2-(-1)=3$(점)
ㄴ. 예성이의 점수의 편차가 0점이므로 예성이의 점수는 평균과 같다.
ㄷ. $(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+2^2+0^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}$(점)
ㄹ. 점수가 가장 낮은 학생은 편차가 가장 작은 영진이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

0565 평균이 8이므로
$\dfrac{5+7+x+(x+1)+(x+3)}{5}=8$
$3x+16=40,\ 3x=24 \quad \therefore x=8$ ······ ㉮
따라서 주어진 변량은 5, 7, 8, 9, 11이므로
$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=\dfrac{20}{5}=4$ ······ ㉯
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4}=2$ ······ ㉰
답 2

단계	채점요소	배점
㉮	x의 값 구하기	30 %
㉯	분산 구하기	40 %
㉰	표준편차 구하기	30 %

0566 $a\le b\le c$라 하면 중앙값과 최빈값이 모두 5이므로
$a=5,\ b=5$
평균이 4이므로
$\dfrac{1+3+5+5+c}{5}=4$
$14+c=20 \quad \therefore c=6$
따라서 주어진 변량은 1, 3, 5, 5, 6이므로
$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+1^2+2^2}{5}$
$=\dfrac{16}{5}=3.2$ 답 ④

0567 평균이 5이므로
$\dfrac{7+6+5+x+y}{5}=5$
$18+x+y=25 \quad \therefore x+y=7$ ······ ㉠
분산이 2이므로
$\dfrac{2^2+1^2+0^2+(x-5)^2+(y-5)^2}{5}=2$
$5+(x-5)^2+(y-5)^2=10$
$x^2+y^2-10(x+y)+55=10$
위의 식에 ㉠을 대입하면
$x^2+y^2-10\times7+55=10$
$\therefore x^2+y^2=25$ ······ ㉡
따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면
$7^2=25+2xy,\ 2xy=24 \quad \therefore xy=12$ 답 ④

0568 평균이 6이고 표준편차가 5, 즉 분산이 25이므로
$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2}{4}=25$
$\therefore (a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2=100$ 답 ③

0569 평균이 2이므로

$\frac{x+y}{2}=2 \quad \therefore x+y=4$ ...... ㉠

분산이 2이므로

$\frac{(x-2)^2+(y-2)^2}{2}=2$

$x^2+y^2-4(x+y)+8=4$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-4\times4+8=4$

$\therefore x^2+y^2=12$ 답 ②

0570 편차의 합은 항상 0이므로

$a+(-2)+b+4+(-1)=0$

$\therefore a+b=-1$ ...... ㉠

.... ㉮

분산이 6.8이므로

$\frac{a^2+(-2)^2+b^2+4^2+(-1)^2}{5}=6.8$

$a^2+b^2+21=34 \quad \therefore a^2+b^2=13$ ...... ㉡

.... ㉯

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$(-1)^2=13+2ab,\ 2ab=-12 \quad \therefore ab=-6$

.... ㉰

답 -6

단계	채점요소	배점
㉮	$a+b$의 값 구하기	30 %
㉯	a^2+b^2의 값 구하기	30 %
㉰	ab의 값 구하기	40 %

0571 ①, ② 평균이 같으므로 어느 과목의 점수가 더 우수하다고 할 수 없다.

③, ④, ⑤ $2\sqrt{3}<4$이므로 음악 점수의 표준편차가 더 작다.
즉, 음악 점수가 미술 점수보다 고르다. 답 ③

0572 평균을 중심으로 점수가 가장 밀집되어 있는 반은 분산이 가장 작은 1반이다. 답 **1반**

0573 ①~⑤의 평균은 모두 4이고 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

다른풀이

주어진 자료의 표준편차를 구하면 다음과 같다.

① 2 ④ $\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 0

따라서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

0574 ㄱ. A, B 두 팀의 평균이 모두 10개이므로

$\frac{13+13+8+a+10}{5}=10$에서

$44+a=50 \quad \therefore a=6$

$\frac{9+5+b+18+12}{5}=10$에서

$44+b=50 \quad \therefore b=6$

ㄴ. A팀의 분산은

$\frac{3^2+3^2+(-2)^2+(-4)^2+0^2}{5}=\frac{38}{5}=7.6$

이므로 A팀의 표준편차는 $\sqrt{7.6}$개이다.

B팀의 분산은

$\frac{(-1)^2+(-5)^2+(-4)^2+8^2+2^2}{5}=\frac{110}{5}=22$

이므로 B팀의 표준편차는 $\sqrt{22}$개이다.

즉, A팀과 B팀의 표준편차는 같지 않다.

ㄷ. B팀의 표준편차가 A팀의 표준편차보다 크므로 B팀의 타격력이 A팀의 타격력보다 기복이 심하다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

0575 세 학생의 평균은 7점으로 모두 같지만 영철, 유준, 주완의 순으로 변량이 평균 주위에 밀집되어 있다.

이때 변량이 평균 주위에 밀집될수록 표준편차가 작으므로 s_1, s_2, s_3의 대소 관계는

$s_1<s_3<s_2$ 답 ②

유형 UP

본문 p.92

0576 전체 학생 250명의 평균이 76점이므로

(전체 학생의 총점)$=250\times76=19000$(점)

남학생의 평균이 72점이므로

(남학생의 총점)$=150\times72=10800$(점)

따라서 여학생의 총점은 $19000-10800=8200$(점)이므로

(여학생의 평균)$=\frac{8200}{100}=82$(점) 답 ③

0577 B조의 평균이 80점이므로

$\frac{70+85+x+90+95+65}{6}=80$

$405+x=480 \quad \therefore x=75$

A, B 두 조 전체의 평균이 78점이므로

$\frac{80+70+85+70+65+y+80\times6}{6+6}=78$

$850+y=936 \quad \therefore y=86$

$\therefore y-x=86-75=11$ 답 **11**

0578 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 $5^2=25$, $7^2=49$이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각

$25\times20=500$, $49\times20=980$

따라서 전체 학생 40명의 $(\text{편차})^2$의 총합은

$500+980=1480$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{1480}{40}=37$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{37}$(점) 답 $\sqrt{37}$점

0579 변량 x, y, z의 평균이 8이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=8 \qquad \therefore x+y+z=24$

변량 x, y, z의 분산이 4이므로

$\dfrac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3}=4$

$\therefore (x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2=12$

따라서 변량 $x+4$, $y+4$, $z+4$, 12에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(x+4)+(y+4)+(z+4)+12}{4}$$
$$=\frac{x+y+z+24}{4}=\frac{24+24}{4}=12$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{1}{4}\{(x+4-12)^2+(y+4-12)^2+(z+4-12)^2+(12-12)^2\}$$
$$=\frac{1}{4}\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}$$
$$=\frac{1}{4}\times12=3$$

답 ③

0580 변량 a, b, c, d, e의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=5 \qquad \therefore a+b+c+d+e=25$

변량 a, b, c, d, e의 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=4$

$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2=20$

따라서 변량 $3a$, $3b$, $3c$, $3d$, $3e$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{3a+3b+3c+3d+3e}{5}$$
$$=\frac{3(a+b+c+d+e)}{5}$$
$$=\frac{3\times25}{5}=15$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2+(3e-15)^2\}$$
$$=\frac{9}{5}\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2\}$$
$$=\frac{9}{5}\times20=36$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{36}=6$ 답 ④

다른풀이

변량 $3a$, $3b$, $3c$, $3d$, $3e$의

(평균)$=3\times5=15$, (표준편차)$=|3|\times2=6$

0581 변량 a, b, c, d의 평균이 10이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=10 \qquad \therefore a+b+c+d=40$

변량 a, b, c, d의 분산이 3이므로

$\dfrac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=3$

$\therefore (a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=12$

따라서 변량 $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(2a-3)+(2b-3)+(2c-3)+(2d-3)}{4}$$
$$=\frac{2(a+b+c+d)-12}{4}$$
$$=\frac{2\times40-12}{4}=\frac{68}{4}=17$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{4}[\{(2a-3)-17\}^2+\{(2b-3)-17\}^2+\{(2c-3)-17\}^2+\{(2d-3)-17\}^2]$$
$$=(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2$$
$$=12$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 답 ②

중단원 마무리하기

본문 p.93~95

0582 ⑤ 평균은 모든 자료의 값을 포함하여 계산한다.

답 ⑤

0583 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후 중앙값과 최빈값을 구하면 다음과 같다.

① 2, 3, 4, 5, 6, 6 ⇨ (중앙값)$=\dfrac{4+5}{2}=4.5$, 최빈값은 6

② 4, 4, 4, 6, 6, 7 ⇨ (중앙값)$=\dfrac{4+6}{2}=5$, 최빈값은 4

③ 0, 1, 3, 5, 5, 6 ⇨ (중앙값)$=\dfrac{3+5}{2}=4$, 최빈값은 5

④ 2, 2, 3, 5, 5, 5, 8 ⇨ 중앙값은 5, 최빈값은 5

⑤ 2, 3, 5, 6, 8, 8, 10 ⇨ 중앙값은 6, 최빈값은 8

따라서 중앙값과 최빈값이 서로 같은 것은 ④이다. 답 ④

0584 평균이 25회이므로

$$\frac{12+14+21+(20+a)+(20+a)+29+30+31+31+32}{10}=25$$

$240+2a=250$, $2a=10$

$\therefore a=5$

경기 출전 횟수는 작은 값부터 크기순으로 나열되어 있으므로 중앙값은 5번째와 6번째 값의 평균이다.

따라서 중앙값은 $\frac{25+29}{2}=27$(회) 답 ④

0585 자료 A의 중앙값이 40이므로 자료 A의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 3번째 값이 40이다.

$\therefore a=40$

자료 B의 중앙값이 50이므로 자료 B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 3번째와 4번째 값의 평균이 50이다.

이때 $a=40$이므로 $\frac{40+b}{2}=50$

$40+b=100 \qquad \therefore b=60$

$\therefore b-a=60-40=20$ 답 **20**

0586 a를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

14, 17, 26

이때 중앙값이 20이므로 $17<a<26$

4개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

14, 17, a, 26

중앙값은 2번째와 3번째 값의 평균이므로

$\frac{17+a}{2}=20,\ 17+a=40 \qquad \therefore a=23$

$\therefore m=\frac{14+17+23+26}{4}=\frac{80}{4}=20$

$\therefore a-m=23-20=3$ 답 ⑤

0587 편차의 합은 항상 0이므로

$(-3)+x+2+0+y=0 \qquad \therefore x+y=1$ 답 **1**

0588 산포도는 변량이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값이다.

따라서 두 학급의 성적의 산포도를 비교하면 성적이 더 고르게 분포한 학급을 알 수 있다. 답 ⑤

0589 (평균)$=\frac{20+16+22+19+23}{5}=\frac{100}{5}=20$(cm)

(분산)$=\frac{0^2+(-4)^2+2^2+(-1)^2+3^2}{5}$

$=\frac{30}{5}=6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6}$(cm) 답 $\sqrt{6}$ **cm**

0590 D의 편차를 x회라 하면 편차의 합은 항상 0이므로

$2+4+0+x+(-2)=0 \qquad \therefore x=-4$

$\therefore$ (분산)$=\frac{2^2+4^2+0^2+(-4)^2+(-2)^2}{5}$

$=\frac{40}{5}=8$ 답 **8**

0591 6점이 1개, 7점이 2개, 8점이 4개, 9점이 2개, 10점이 1개이므로

(평균)$=\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}=\frac{80}{10}=8$(점)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$

$=\frac{12}{10}=1.2$ 답 **1.2**

0592 평균이 10이므로

$\frac{5+x+7+y+9}{5}=10$

$x+y+21=50 \qquad \therefore x+y=29$ ······ ㉠

표준편차가 $2\sqrt{5}$, 즉 분산이 20이므로

$\frac{(-5)^2+(x-10)^2+(-3)^2+(y-10)^2+(-1)^2}{5}=20$

$x^2+y^2-20(x+y)+235=100$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-20\times29+235=100$

$\therefore x^2+y^2=445$ ······ ㉡

따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$29^2=445+2xy \qquad \therefore 2xy=396$ 답 ②

0593 (국어 점수의 평균)$=\frac{70+80+70+85+70}{5}$

$=\frac{375}{5}=75$(점)

(영어 점수의 평균)$=\frac{60+60+65+100+90}{5}=\frac{375}{5}=75$(점)

(수학 점수의 평균)$=\frac{70+75+75+75+80}{5}=\frac{375}{5}=75$(점)

(국어 점수의 분산)$=\frac{(-5)^2+5^2+(-5)^2+10^2+(-5)^2}{5}$

$=\frac{200}{5}=40$

(영어 점수의 분산)$=\frac{(-15)^2+(-15)^2+(-10)^2+25^2+15^2}{5}$

$=\frac{1400}{5}=280$

(수학 점수의 분산)$=\frac{(-5)^2+0^2+0^2+0^2+5^2}{5}=\frac{50}{5}=10$

④ 영어 점수의 분산이 가장 크므로 표준편차가 가장 큰 과목은 영어이다.

⑤ 수학 점수의 분산이 가장 작으므로 수학 점수가 평균 주위에 가장 밀집되어 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0594 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 15, 8이므로 (편차)^{2}의 총합은 각각

$15\times20=300,\ 8\times15=120$

따라서 전체 학생 35명의 (편차)^{2}의 총합은

300+120=420이므로 (분산)$=\frac{420}{35}=12$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(점)

답 $2\sqrt{3}$점

0595 변량 a, b, c, d, e, f의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{6}=8$$

$\therefore a+b+c+d+e+f=48$

표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2+(f-8)^2}{6}=4$$

$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2+(f-8)^2=24$

따라서 변량 $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$, $2e+3$, $2f+3$에 대하여

(평균)

$$=\frac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)+(2e+3)+(2f+3)}{6}$$

$$=\frac{2(a+b+c+d+e+f)+18}{6}$$

$$=\frac{2\times48+18}{6}=\frac{114}{6}=19$$

(분산)

$$=\frac{1}{6}[\{(2a+3)-19\}^2+\{(2b+3)-19\}^2+\{(2c+3)-19\}^2+\{(2d+3)-19\}^2+\{(2e+3)-19\}^2+\{(2f+3)-19\}^2]$$

$$=\frac{1}{6}\{(2a-16)^2+(2b-16)^2+(2c-16)^2+(2d-16)^2+(2e-16)^2+(2f-16)^2\}$$

$$=\frac{2}{3}\{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2+(f-8)^2\}$$

$$=\frac{2}{3}\times24=16$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$

따라서 평균과 표준편차의 합은

$19+4=23$

답 23

0596 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

15, 15, 18, 20, 21, 28, 28, 199

(평균)$=\frac{15+15+18+20+21+28+28+199}{8}$

$=\frac{344}{8}=43$

······ 가

중앙값은 4번째와 5번째 값의 평균이므로

$\frac{20+21}{2}=20.5$

······ 나

가장 많이 나타나는 값은 15, 28이므로 최빈값은 15, 28이다.

······ 다

주어진 자료에서 199와 같이 극단적인 값이 있고, 최빈값은 2개이므로 자료의 대푯값으로 가장 적절한 것은 중앙값이다.

······ 라

답 풀이 참조

단계	채점요소	배점
가	평균 구하기	25 %
나	중앙값 구하기	25 %
다	최빈값 구하기	25 %
라	대푯값으로 가장 적절한 것과 이유 말하기	25 %

0597 편차의 합은 항상 0이므로

$x+1+0+(-1)+2=0$ $\therefore x=-2$

······ 가

A가 관람한 영화가 10편이므로

(평균)$=10-(-2)=12$(편)

······ 나

(분산)$=\frac{(-2)^2+1^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$이므로

(표준편차)$=\sqrt{2}$(편)

······ 다

답 평균: 12편, 표준편차: $\sqrt{2}$편

단계	채점요소	배점
가	x의 값 구하기	30 %
나	평균 구하기	30 %
다	표준편차 구하기	40 %

0598 추가한 두 변량을 각각 x, y라 하면 변량 8, 10, 12, x, y의 평균이 9이므로

$$\frac{8+10+12+x+y}{5}=9$$

$30+x+y=45$ $\therefore x+y=15$ ······ ㉠

······ 가

변량 8, 10, 12, x, y의 분산이 4이므로

$$\frac{(-1)^2+1^2+3^2+(x-9)^2+(y-9)^2}{5}=4$$

$11+(x-9)^2+(y-9)^2=20$

$x^2+y^2-18(x+y)+173=20$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-18\times15+173=20$

$\therefore x^2+y^2=117$ ······ ㉡

······ 나

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$15^2=117+2xy$, $2xy=108$ $\therefore xy=54$

따라서 추가한 2개의 변량의 곱은 54이다.

······ 다

답 54

단계	채점요소	배점
㉮	추가한 두 변량을 각각 x, y라 할 때, $x+y$의 값 구하기	30 %
㉯	x^2+y^2의 값 구하기	40 %
㉰	추가한 2개의 변량의 곱 구하기	30 %

0599 반지름의 길이의 평균이 4이므로

$\frac{a+b+c}{3}=4 \qquad \therefore a+b+c=12 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉮

반지름의 길이의 표준편차가 $\sqrt{3}$, 즉 분산이 3이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=3$

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2=9$

$a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48=9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-8\times12+48=9$

$\therefore a^2+b^2+c^2=57$

㉯

이때 세 원의 넓이는 각각 $a^2\pi$, $b^2\pi$, $c^2\pi$이므로 세 원의 넓이의 평균은

$\frac{a^2\pi+b^2\pi+c^2\pi}{3}=\frac{(a^2+b^2+c^2)\pi}{3}=\frac{57\pi}{3}=19\pi$

㉰

답 19π

단계	채점요소	배점
㉮	$a+b+c$의 값 구하기	30 %
㉯	$a^2+b^2+c^2$의 값 구하기	40 %
㉰	세 원의 넓이의 평균 구하기	30 %

0600 변량 a, b, c를 제외한 자료에서 5의 도수가 2로 가장 크고 10의 도수가 1이므로 최빈값이 10점이 되려면 a, b, c 중 적어도 2개는 10이어야 한다.

$a=10$, $b=10$이라 하면

4, 5, 5, 7, 10, 10, 10, c

이때 중앙값이 8점이므로 위의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4번째와 5번째 값의 평균이 8이다.

따라서 $7<c<10$이어야 하므로

$\frac{7+c}{2}=8$, $7+c=16 \qquad \therefore c=9$

$\therefore a+b+c=10+10+9=29$ 답 29

0601 실제 몸무게가 45 kg, 50 kg인 두 학생의 몸무게가 각각 47 kg, 48 kg으로 +2 kg, −2 kg만큼 잘못 기록되었으므로 학생 10명의 몸무게의 총합에는 변화가 없다.

즉, 실제 몸무게의 평균은 50 kg이다.

이때 잘못 기록된 두 학생을 제외한 8명의 몸무게의 (편차)^{2}의 총합을 A라 하면

$(\text{분산})=\frac{(47-50)^2+(48-50)^2+A}{10}=4^2$

$13+A=160 \qquad \therefore A=147$

따라서 실제 몸무게의 분산은

$\frac{(45-50)^2+(50-50)^2+147}{10}=\frac{172}{10}=17.2$ 답 17.2

다른풀이

학생 10명 중 몸무게가 잘못 기록된 2명의 학생을 제외한 나머지 8명의 몸무게를 각각 x_1 kg, x_2 kg, ⋯, x_8 kg이라 하자.

처음 조사한 몸무게의 평균이 50 kg이므로

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+47+48}{10}=50$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_8=405$

또 표준편차가 4 kg, 즉 분산이 16이므로

$\frac{(x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2+(-3)^2+(-2)^2}{10}=16$

$\therefore (x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2=147$

따라서 실제 몸무게의 평균은

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+45+50}{10}=\frac{405+45+50}{10}$

$=\frac{500}{10}=50(\text{kg})$

이므로 실제 몸무게의 분산은

$\frac{(x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2+(-5)^2+0^2}{10}$

$=\frac{147+25}{10}=\frac{172}{10}=17.2$

0602 A 학교의 남학생 수와 여학생 수를 각각 a명, b명이라 하고 B 학교의 남학생 수와 여학생 수를 각각 c명, d명이라 하자.

A 학교의 전체 평균이 74점이므로

$\frac{71a+76b}{a+b}=74$

$71a+76b=74a+74b \qquad \therefore a=\frac{2}{3}b$

B 학교의 전체 평균이 84점이므로

$\frac{81c+90d}{c+d}=84$

$81c+90d=84c+84d \qquad \therefore c=2d \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또 A, B 두 학교의 여학생 전체의 평균이 84점이므로

$\frac{76b+90d}{b+d}=84$

$76b+90d=84b+84d \qquad \therefore d=\frac{4}{3}b \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $c=2\times\frac{4}{3}b=\frac{8}{3}b$

따라서 A, B 두 학교의 남학생 전체의 평균은

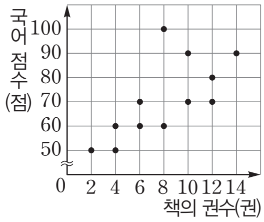
$\frac{71a+81c}{a+c}=\frac{71\times\frac{2}{3}b+81\times\frac{8}{3}b}{\frac{2}{3}b+\frac{8}{3}b}$

$=79(\text{점})$ 답 79점

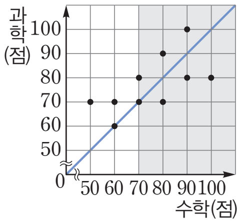
06 상관관계

교과서문제 정복하기

본문 p. 97

0603 답 

0604 (1) 수학 점수와 과학 점수가 같은 학생 수는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 2명이다.
(2) 수학 점수가 70점 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.
(3) 과학 점수가 수학 점수보다 높은 학생 수는 대각선의 위쪽의 점의 개수와 같으므로 5명이다.



답 (1) **2명** (2) **7명** (3) **5명**

0605 ㄱ, ㅁ. 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하는 경향이 있으므로 양의 상관관계가 있다. 답 **ㄱ, ㅁ**

0606 ㄴ, ㅂ. 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으므로 음의 상관관계가 있다. 답 **ㄴ, ㅂ**

0607 ㄷ, ㄹ. 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하거나 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있지 않으므로 상관관계가 없다. 답 **ㄷ, ㄹ**

0608 인구수가 증가할수록 중학교 수도 대체로 증가하므로 인구수와 중학교 수 사이에는 양의 상관관계가 있다. 답 **양의 상관관계**

0609 대류권에서 지면으로부터 높이 올라갈수록 기온은 낮아지므로 대류권에서 지면으로부터의 높이와 기온 사이에는 음의 상관관계가 있다. 답 **음의 상관관계**

0610 정삼각형의 한 변의 길이가 길수록 넓이는 커지므로 정삼각형의 한 변의 길이와 넓이 사이에는 양의 상관관계가 있다. 답 **양의 상관관계**

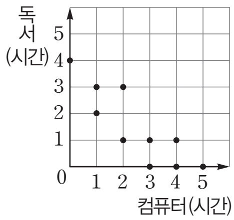
0611 답 **상관관계가 없다.**

유형 익히기

본문 p.98~101

0612 ① 양의 상관관계
②, ③, ⑤ 상관관계가 없다.
④ 음의 상관관계
따라서 두 변량 x, y 사이에 상관관계가 있는 산점도는 ①, ④이다. 답 **①, ④**

0613 컴퓨터 사용 시간과 독서 시간에 대한 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다. ······ ㉮



컴퓨터 사용 시간이 길어질수록 독서 시간은 대체로 짧아지므로 컴퓨터 사용 시간과 독서 시간 사이에는 음의 상관관계가 있다. ······ ㉯

답 **풀이 참조**

단계	채점요소	배점
㉮	산점도 그리기	50 %
㉯	상관관계 말하기	50 %

0614 음의 상관관계를 나타내는 것은 ④, ⑤이고, 이 중 ④가 ⑤보다 점들이 한 직선에 가까이 분포되어 있으므로 가장 강한 음의 상관관계를 나타내는 것은 ④이다. 답 **④**

0615 ③ 두 변량에 대하여 한 변량의 값이 증가함에 따라 다른 변량의 값이 증가하거나 감소하는 경향이 있을 때 상관관계가 있다고 한다.
⑤ 양 또는 음의 상관관계가 있는 산점도에서 점들이 한 직선에 가까이 분포되어 있을수록 상관관계가 강하다고 한다.
답 **③, ⑤**

0616 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.
①, ⑤ 상관관계가 없다.
② 음의 상관관계
③, ④ 양의 상관관계 답 **②**

0617 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 x와 y에 대한 산점도로 알맞은 것은 ③이다. 답 **③**

0618 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.
ㄱ, ㄹ, ㅁ. 양의 상관관계
ㄴ. 음의 상관관계
ㄷ. 상관관계가 없다. 답 **④**

0619 하루 중 낮의 길이가 길어질수록 밤의 길이는 짧아지므로 낮의 길이와 밤의 길이 사이에는 음의 상관관계가 있다.
①, ③ 상관관계가 없다.
②, ⑤ 양의 상관관계
④ 음의 상관관계 답 ④

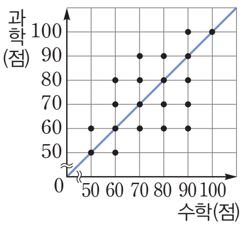
0620 ①, ③ 양의 상관관계
② 상관관계가 없다.
④, ⑤ 음의 상관관계 답 ②

0621 ② D는 A보다 소득은 많지만 저축액은 적다. 답 ②

0622 (1) 몸무게가 많이 나갈수록 키가 대체로 크므로 몸무게와 키 사이에는 양의 상관관계가 있다.
(2) 비만일 확률이 높은 학생은 키에 비해 몸무게가 많이 나가는 학생이므로 비만일 확률이 가장 높은 학생은 E이다.
답 (1) **양의 상관관계** (2) **E**

0623 오른쪽 눈의 시력에 비해 왼쪽 눈의 시력이 가장 나쁜 학생은 A이다. 답 **A**

0624 수학 점수가 과학 점수보다 높은 학생 수는 대각선의 아래쪽의 점의 개수와 같으므로 7명이다. ······ ㉮



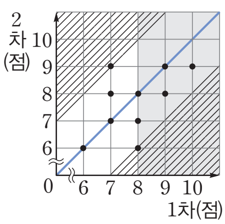
$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35(\%)$ ······ ㉯

답 **35 %**

단계	채점요소	배점
㉮	수학 점수가 과학 점수보다 높은 학생 수 구하기	70 %
㉯	답 구하기	30 %

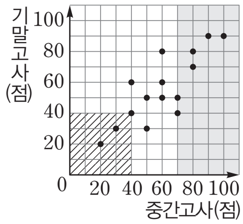
0625 ⑤ B보다 C가 두 종목의 실기 점수의 평균이 높다. 답 ⑤

0626 ① 1차 점수가 8점 이상인 선수의 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



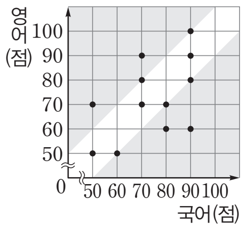
② 1차와 2차에서 같은 점수를 얻은 선수의 수는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.
③ 1차보다 2차에서 높은 점수를 얻은 선수의 수는 대각선의 위쪽의 점의 개수와 같으므로 2명이다.
$\therefore \frac{2}{10}\times 100=20(\%)$
④ 1차와 2차의 점수 차가 2점 이상인 선수의 수는 빗금친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 2명이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0627 (1) 중간고사와 기말고사 점수가 모두 40점 이하인 학생 수는 빗금친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



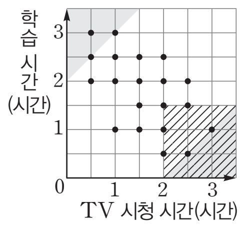
(2) 중간고사 점수가 70점 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.
$\therefore (\text{평균})=\frac{40+50+70+80+90+90}{6}=\frac{420}{6}=70(\text{점})$
답 (1) **3명** (2) **70점**

0628 국어 점수와 영어 점수의 차가 10점 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다.



$\therefore \frac{9}{12}\times 100=75(\%)$
답 ④

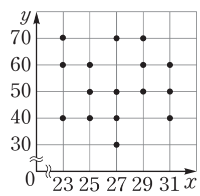
0629 (1) TV 시청 시간과 학습 시간의 차가 2시간 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.



(2) ② TV 시청 시간이 2시간 이상인 학생 중에서 학습 시간이 2시간 미만인 학생 수는 빗금친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.
③ TV 시청 시간이 1시간 미만인 학생 수는 3명이므로
$\frac{3}{20}\times 100=15(\%)$
답 (1) **5명** (2) ②

유형 UP
본문 p.102

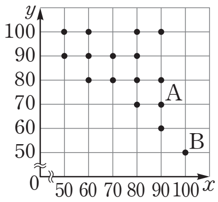
0630 두 변량 x와 y에 대한 산점도는 오른쪽 그림과 같다. 즉, x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 증가하거나 감소하는 경향이 있지 않으므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.



답 **상관관계가 없다.**

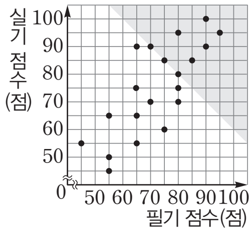
0631 (1) x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 증가하거나 감소하는 경향이 있지 않으므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.

(2) 6개의 자료를 추가하였을 때, 두 변량 x와 y에 대한 산점도는 오른쪽 그림과 같다. 즉, x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 감소하므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.



답 (1) **상관관계가 없다.** (2) **음의 상관관계**

0632 필기 점수와 실기 점수의 평균이 80점 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.



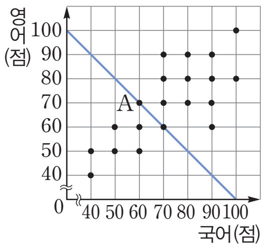
$$\therefore (\text{평균})=\frac{80+85+85+90+90+95+95+100}{8}$$

$$=\frac{720}{8}=90(\text{점})$$

답 **90점**

0633 A의 두 과목의 점수의 평균은 $\frac{60+70}{2}=65$(점)

따라서 A보다 두 과목의 점수의 평균이 낮은 학생 수는 직선 아래쪽의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



답 ①

0634 ① 합이 20점인 선수의 수는 1명

② 합이 19점인 선수의 수는 1명

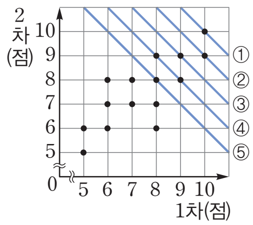
③ 합이 18점인 선수의 수는 1명

④ 합이 17점인 선수의 수는 2명

⑤ 합이 16점인 선수의 수는 1명

따라서 합이 16점 이상인 선수의 수는

$1+1+1+2+1=6$(명)



이므로 평균은 최소 $\frac{16}{2}=8$(점) 이상이다. 답 **8점**

중단원 마무리하기

본문 p.103~104

0635 두 변량의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 그래프인 산점도가 두 변량 사이의 관계를 알아보기에 가장 적당하다. 답 ③

0636 수학, 국어, 사회, 음악 점수와 영어 점수에 대한 산점도에서 영어 점수가 높아질수록 수학, 국어, 사회, 음악 점수도 대체로 높아진다. 즉, 수학, 국어, 사회, 음악 점수와 영어 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.

이 중 국어 점수와 영어 점수에 대한 산점도의 점들이 한 직선에 가장 가까이 분포되어 있으므로 영어 점수와 가장 강한 상관관계가 있는 것은 국어 점수이다. 답 **국어**

참고

과학, 체육 점수와 영어 점수 사이에는 상관관계가 없다.

0637 ①, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

② 음의 상관관계 답 ②

0638 ① 두 변량 사이의 상관관계는 ㄷ보다 ㄱ이 더 강하다.

② ㄹ은 상관관계가 없다.

③ 걸은 거리와 소모한 열량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

④ ㄴ은 양의 상관관계를 나타낸다.

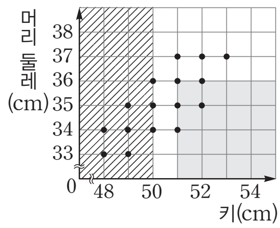
⑤ ㅁ은 상관관계가 없고, 산의 높이와 공기 중 산소의 양 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0639 ③ C는 E보다 발이 크다. 답 ③

0640 ③ 키가 50 cm 이하인 신생아의 수는 빗금친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.

$\therefore \frac{8}{16}\times 100=50(\%)$



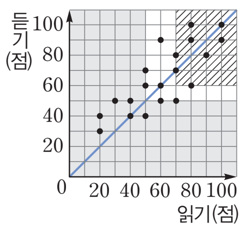
④ $(\text{평균})=\frac{34+35+36}{3}=35(\text{cm})$

⑤ 키가 51 cm 이상인 신생아 중에서 머리 둘레의 길이가 36 cm 이하인 신생아의 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0641 (가)에서 듣기 점수가 읽기 점수보다 높은 응시자 수는 대각선의 위쪽의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

$\therefore a=10$



……… (가)

(나)에서 듣기와 읽기 중 적어도 하나의 점수가 60점 미만인 응시자 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

$\therefore b=10$

……… (나)

㈐에서 읽기 점수가 70점 이상인 응시자 중 듣기 점수가 60점 이상인 응시자 수는 빗금친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.

$\therefore c=8$

·· ㉰

$\therefore a+b-c=10+10-8=12$

·· ㉱

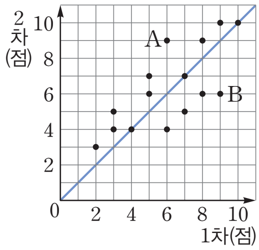
답 **12**

단계	채점요소	배점
㉮	a의 값 구하기	30 %
㉯	b의 값 구하기	30 %
㉰	c의 값 구하기	30 %
㉱	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

0642 점수가 오른 학생을 나타내는 점은 대각선 위쪽의 점이다.

이 중 점 A(6, 9)가 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 점수가 가장 많이 오른 학생의 총점은

$6+9=15$(점) $\quad\therefore a=15$



·· ㉮

점수가 떨어진 학생을 나타내는 점은 대각선 아래쪽의 점이다.

이 중 점 B(9, 6)이 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 점수가 가장 많이 떨어진 학생의 총점은

$9+6=15$(점) $\quad\therefore b=15$

·· ㉯

$\therefore a-b=15-15=0$

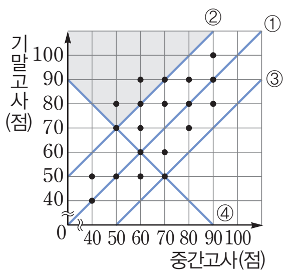
·· ㉰

답 **0**

단계	채점요소	배점
㉮	a의 값 구하기	40 %
㉯	b의 값 구하기	40 %
㉰	$a-b$의 값 구하기	20 %

0643 ㈎에서 기말고사 점수가 중간고사 점수보다 향상된 학생을 나타내는 점은 직선 ①의 위쪽의 점이다.

㈏에서 중간고사와 기말고사의 점수의 차가 20점 이상인 학생을 나타내는 점은 직선 ②의 위쪽(경계선 포함) 또는 직선 ③의 아래쪽(경계선 포함)의 점이다.



㈐에서 중간고사와 기말고사 점수의 평균이 60점 이상인 학생을 나타내는 점은 직선 ④의 위쪽(경계선 포함)의 점이다.

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

$\therefore \dfrac{5}{20}\times 100=25(\%)$

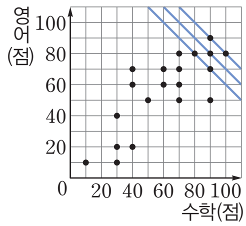
답 **25 %**

0644 상위 25 % 이내인 학생 수는

$\dfrac{25}{100}\times 20=5$(명)

이 5명의 학생을 나타내는 점은 직선 위에 있는 점이므로

$$(\text{평균})=\frac{80+90+90+90+100}{5}=\frac{450}{5}=90(\text{점})$$



답 **90점**

실력 Up+

01 삼각비

본문 106~107쪽

01 △ABD에서

$\sin x=\frac{\overline{AD}}{5}=\frac{4}{5}$이므로 $\overline{AD}=4$

$\overline{BD}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{CD}=7-3=4$

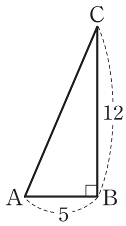
△ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore \cos y=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

02 $\sin A : \cos A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$=\overline{BC} : \overline{AB}=12 : 5$

이므로 오른쪽 그림과 같이 ∠B=90°, $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=12$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{5}$

답 ④

03 ∠CAM=∠AMN=∠MBN=x

① △AMC에서 $\sin x=\frac{\overline{CM}}{\overline{AC}}$

② △ANM에서 $\sin x=\frac{\overline{AN}}{\overline{AM}}$

③ △BMN에서 $\sin x=\frac{\overline{NM}}{\overline{BM}}$

④ △ABC에서 $\sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

⑤ △ABM에서 $\sin x=\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$ 답 ④

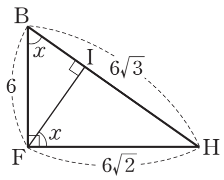
04 $\overline{FH}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$,

$\overline{BH}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+6^2}=6\sqrt{3}$

오른쪽 그림에서

△BFH∽△FIH (AA 닮음)이므로

∠FBH=∠IFH=x



$\therefore \sin x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

05 삼각형의 세 내각의 크기를 각각 a, $2a$, $3a$ $(a>0)$라 하면 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$a+2a+3a=180°$, $6a=180°$ $\therefore a=30°$

따라서 $A=90°$이므로

$\sin\frac{A}{2}=\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\frac{A}{2}=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan\frac{A}{2}=\tan 45°=1$

$\therefore \sin\frac{A}{2}\times\cos\frac{A}{2}\times\tan\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\frac{1}{2}$ 답 ②

06 점 M은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 △ABC의 외심이다.

$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

△AMC에서 $\overline{AM}=\overline{CM}$이고, ∠AMC=60°이므로 △AMC는 정삼각형이다.

따라서 ∠C=60°이므로

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\sin C=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 답 ③

07 부채꼴의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overset{\frown}{AB}=2\pi r\times\frac{60}{360}=2\pi$ $\therefore r=6$

△AOH에서

$\sin 60°=\frac{\overline{AH}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$

$\cos 60°=\frac{\overline{OH}}{6}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{OH}=3$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOB의 넓이)−(△AOH의 넓이)

$=\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}$

$=6\pi-\frac{9\sqrt{3}}{2}$ 답 $6\pi-\frac{9\sqrt{3}}{2}$

08 $0°<a<90°$에서 $\sin a=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $a=60°$

구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan a=\tan 60°=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-4, 0)$을 지나므로

$0=-4\sqrt{3}+b$ $\therefore b=4\sqrt{3}$

$\therefore y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$ 답 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

09 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 ∠ABO=∠CDO=90°

따라서 직각삼각형 AOB에서 $\cos a=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$이므로

$\overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=1-\cos a$ 답 ④

10 △BDC는 직각이등변삼각형이므로

∠CBD=∠CDB=45°

△ADB에서

∠ABD+∠BAD=∠CDB=45°

이때 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}$이므로

∠ABD=∠BAD=$\frac{1}{2}$∠CDB=$\frac{1}{2}\times 45°=22.5°$

△BDC에서 $\overline{\mathrm{BC}}=a$라 하면

$\overline{\mathrm{CD}}=a$, $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}a$

$\therefore \tan 22.5°=\tan(\angle\mathrm{BAD})=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}$

$=\frac{a}{\sqrt{2}a+a}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$ 답 $\sqrt{2}-1$

11 $\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$이고

$30°<A<45°$일 때, $\frac{1}{2}<\sin A<\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\sin A+\cos 60°>0$, $\sin A-\cos 45°<0$

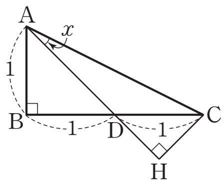
$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos 60°)^2}+\sqrt{(\sin A-\cos 45°)^2}$

$=\sin A+\cos 60°+\{-(\sin A-\cos 45°)\}$

$=\sin A+\frac{1}{2}-\sin A+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

12 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{\mathrm{AD}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.



∠CDH=∠ADB=45°이므로

△CDH는 직각이등변삼각형이다.

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{DH}}=a$라 하면

$a^2+a^2=1^2$, $a^2=\frac{1}{2}$

$\therefore a=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\because a>0$)

또 △ABD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DH}}=\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

△AHC에서

$\tan x=\frac{\overline{\mathrm{CH}}}{\overline{\mathrm{AH}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

13 $45°<A<90°$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로

$\sin A+\cos A>0$, $\cos A-\sin A<0$

$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos A)^2}-\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$

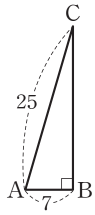
$=(\sin A+\cos A)-\{-(\cos A-\sin A)\}$

$=\sin A+\cos A+\cos A-\sin A$

$=2\cos A$

즉, $2\cos A=\frac{14}{25}$이므로 $\cos A=\frac{7}{25}$

$\cos A=\frac{7}{25}$을 만족시키는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{25^2-7^2}=24$이므로

$\tan A=\frac{24}{7}$, $\sin A=\frac{24}{25}$

$\therefore \frac{\tan A}{\sin A}=\frac{24}{7}\div\frac{24}{25}=\frac{25}{7}$

답 $\frac{25}{7}$

Ⅰ. 삼각비

02 삼각비의 활용

본문 108~109쪽

01 △ABC에서

$\overline{\mathrm{AC}}=6\sin 30°=6\times\frac{1}{2}=3$

$\overline{\mathrm{BC}}=6\cos 30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\angle\mathrm{BAC}=180°-(90°+30°)=60°$이므로

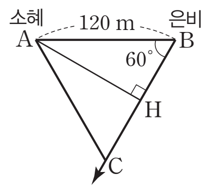
$\angle\mathrm{DAC}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

△ADC에서

$\overline{\mathrm{DC}}=3\tan 30°=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{DC}}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

02 오른쪽 그림의 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$까지의 최단 거리는 $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이와 같다.

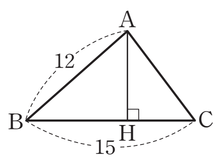


$\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{AB}}\times\cos 60°$

$=120\times\frac{1}{2}=60(\mathrm{m})$

따라서 60÷30=2(분) 후 가장 가까워진다. 답 ②

03 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{\mathrm{BH}}=12\cos B=12\times\frac{3}{4}=9$

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=15-9=6$이므로 △ACH에서

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(3\sqrt{7})^2+6^2}=\sqrt{99}=3\sqrt{11}$ 답 $3\sqrt{11}$

04 $\triangle$ABC에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

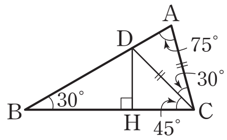
$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

또 $\triangle$CAD에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로 $\angle CDA=\angle BAC=75^\circ$

$\angle DCA=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

$\angle DCH=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$DHC에서



$\overline{CH}=\sqrt{6}\cos 45^\circ=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

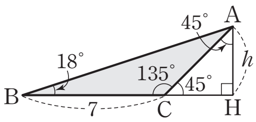
$=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DH}=\sqrt{6}\sin 45^\circ=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$DBH에서 $\overline{BH}=\frac{\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3+\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 **$(3+\sqrt{3})$ cm**

05 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

$\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 18^\circ}=\frac{h}{0.3}=\frac{10}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $\frac{10}{3}h-h=7$ $\therefore h=3$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 3=\frac{21}{2}$ 답 **$\frac{21}{2}$**

06 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\square ABED=\triangle ABE+\triangle AED=\triangle ABE+\triangle AEC=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times\sin 45^\circ=30\sqrt{2}$ 답 **$30\sqrt{2}$**

07 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}=3\overline{AD}$

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times 8\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times 8\times\frac{1}{2}=2\overline{AD}$

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$24\sqrt{3}=3\overline{AD}+2\overline{AD}$, $5\overline{AD}=24\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{5}$ 답 **$\frac{24\sqrt{3}}{5}$**

08 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

$\triangle A'BC'=\frac{1}{2}\times\overline{A'B}\times\overline{BC'}\times\sin B$

$=\frac{1}{2}\times\frac{125}{100}\overline{AB}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\overline{BC}\times\sin B$

$=\frac{5}{4}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B\right)$

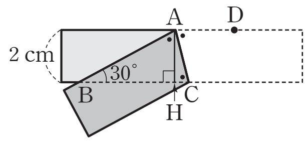
$=\frac{5}{4}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\times\triangle ABC$

이때 $\triangle ABC=\triangle A'BC'$이므로

$\frac{5}{4}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)=1$, $1-\frac{x}{100}=\frac{4}{5}$

$\therefore x=20$ 답 ④

09 오른쪽 그림에서



$\angle DAC=\angle BAC$ (접은 각),

$\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)

이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

즉, $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=2$ cm이므로 $\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\frac{2}{\sin 30^\circ}=2\div\frac{1}{2}=4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\frac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$ 답 **4 cm^2**

10 $\overline{AB}:\overline{BC}=4:7$이므로

$\overline{AB}=4a$ cm, $\overline{BC}=7a$ cm $(a>0)$라 하면

$\square ABCD=4a\times 7a\times\sin 45^\circ$

$=4a\times 7a\times\frac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}a^2(\text{cm}^2)$

평행사변형 ABCD의 넓이가 $28\sqrt{2}$ cm^{2}이므로

$14\sqrt{2}a^2=28\sqrt{2}$

$a^2=2$ $\therefore a=\sqrt{2}\ (\because a>0)$

따라서 $\square$ABCD의 둘레의 길이는

$2(4a+7a)=22a=22\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 **$22\sqrt{2}$ cm**

11 $\overline{AC}=2a$, $\overline{BD}=5a$ $(a>0)$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 2a\times 5a\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 2a\times 5a\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

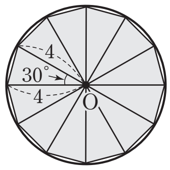
$=\frac{5\sqrt{3}}{2}a^2$

이때 □ABCD의 넓이가 $10\sqrt{3}$이므로

$\frac{5\sqrt{3}}{2}a^2=10\sqrt{3}$, $a^2=4$ $\quad\therefore a=2\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{BD}=5a=5\times2=10$ 답 **10**

12 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 꼭지각의 크기가 $\frac{360°}{12}=30°$이고 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어진다.



따라서 정십이각형의 넓이는

$12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin 30°\right)=12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}\right)$

$=48$ 답 **48**

13 $\angle A+\angle B=180°$이므로

$\angle A=180°\times\frac{2}{3}=120°$, $\angle B=180°\times\frac{1}{3}=60°$

$\therefore \angle BAP=\angle DAP=60°$, $\angle ABP=\angle CBP=30°$

$\therefore \angle APB=\angle AQD=\angle CRD=\angle BSC$

$=180°-(30°+60°)=90°$

△AQD에서

$\overline{QD}=\overline{AD}\sin 60°=7\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}\cos 60°=7\times\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

△ABP에서

$\overline{AP}=\overline{AB}\sin 30°=5\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$\overline{BP}=\overline{AB}\cos 30°=5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

마찬가지로

$\overline{BS}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$, $\overline{RD}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$, $\overline{CS}=\frac{7}{2}$, $\overline{RC}=\frac{5}{2}$이므로

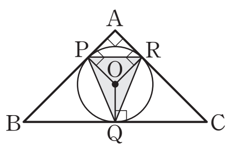
$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=\frac{7}{2}-\frac{5}{2}=1$

$\overline{PS}=\overline{BS}-\overline{BP}=\frac{7\sqrt{3}}{2}-\frac{5\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

이때 □PQRS는 직사각형이므로

□PQRS$=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

14 △ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{PA}=\overline{RA}=r$이므로

$\overline{BQ}=\overline{BP}=2-r$, $\overline{CQ}=\overline{CR}=2-r$

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}$이므로

$2\sqrt{2}=(2-r)+(2-r)$

$\therefore r=2-\sqrt{2}$

내접원의 중심을 O라 하면 $\angle POR=90°$이므로

$\angle POQ=\angle ROQ=\frac{1}{2}\times(360°-90°)=135°$

$\triangle PQR=\triangle PQO+\triangle QRO+\triangle POR$

$=\frac{1}{2}\times(2-\sqrt{2})^2\times\sin(180°-135°)\times2$

$+\frac{1}{2}\times(2-\sqrt{2})^2$

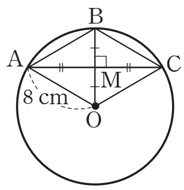
$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times(6-4\sqrt{2})+\frac{1}{2}\times(6-4\sqrt{2})$

$=3\sqrt{2}-4+3-2\sqrt{2}=\sqrt{2}-1$ 답 $\sqrt{2}-1$

03 원과 직선

본문 110~111쪽

01 오른쪽 그림과 같이 마름모의 두 대각선의 교점을 M이라 하면 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로



$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{BO}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

△AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 **$8\sqrt{3}$ cm**

02 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

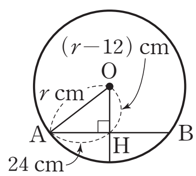
$\overline{AC}\perp\overline{ON}$이므로 $\overline{AN}=\overline{CN}$

따라서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{MN}:\overline{BC}=\overline{AM}:\overline{AB}=1:2$

$\therefore \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$ 답 **12 cm**

03 오른쪽 그림과 같이 바퀴의 중심을 O라 하고 바퀴의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OH}=(r-12)$ cm,

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times48=24(\text{cm})$

이때 △OAH는 직각삼각형이므로

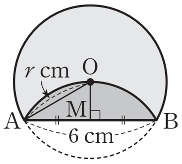
$r^2=24^2+(r-12)^2$

$r^2=576+r^2-24r+144$, $24r=720$

$\therefore r=30$

따라서 바퀴의 지름의 길이는 60 cm이다. 답 ⑤

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}r(\text{cm})$

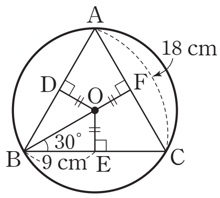
△OAM에서 $r^2=3^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$r^2=9+\frac{r^2}{4}$, $r^2=12$

$\therefore r=2\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다. 답 **$2\sqrt{3}$ cm**

05 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=18$ cm

즉, △ABC는 정삼각형이다.

$\overline{OE}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$

$\angle ABC=60^\circ$이므로 $\angle OBE=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\overline{OB}=\frac{9}{\cos30^\circ}=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}\pi(\text{cm})$ 답 **$12\sqrt{3}\pi$ cm**

06 △OAD≡△OAF (RHS 합동)이므로

$\angle OAD=\frac{1}{2}\angle DAF=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

직각삼각형 OAD에서

$\overline{AD}=10\cos30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

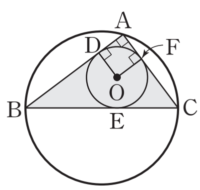
이때 $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

$=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ③

07 △ABC의 내접원의 중심을 O, 접점을 D, E, F라 하면 □ADOF는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}=\overline{OD}=2$ cm



직각삼각형 ABC의 외심은 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BC}$는 △ABC의 외접원의 지름이다.

$\therefore \overline{BC}=10$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{CF}=\overline{CE}=(10-x)$ cm,

$\overline{AB}=(x+2)$ cm, $\overline{AC}=(12-x)$ cm

직각삼각형 ABC에서

$10^2=(x+2)^2+(12-x)^2$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

이때 $\overline{AB}>\overline{AC}$에서 $\overline{AB}=8$ cm, $\overline{AC}=6$ cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$ 답 **24 cm²**

08 주어진 일차방정식의 그래프의 y절편은 12, x절편은 -5이므로 $\overline{OB}=12$, $\overline{AO}=5$

△AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+5^2}=13$

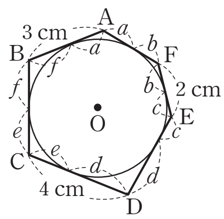
원 I의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OE}=\overline{OF}=r$이므로

$\overline{AD}=\overline{AE}=5-r$, $\overline{BD}=\overline{BF}=12-r$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서 $13=(5-r)+(12-r)$

$2r=4 \qquad \therefore r=2$ 답 **2**

09 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=a+f=3$ cm ⋯⋯ ㉠

$\overline{CD}=e+d=4$ cm ⋯⋯ ㉡

$\overline{EF}=b+c=2$ cm ⋯⋯ ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$a+b+c+d+e+f=9(\text{cm})$

∴ (육각형 ABCDEF의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FA}$

$=2(a+b+c+d+e+f)$

$=2\times9=18(\text{cm})$ 답 ③

10 $\overline{AP}=\overline{OQ}=6$ cm

$\overline{AB}=\overline{CD}=2\overline{OQ}=12(\text{cm})$

$\overline{PE}=\overline{AE}-\overline{AP}=9-6=3(\text{cm})$

$\overline{CR}=\overline{CS}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=(x+3)$ cm, $\overline{BC}=(x+6)$ cm, $\overline{DE}=(x-3)$ cm

△CDE에서 $(x+3)^2=(x-3)^2+12^2$

$x^2+6x+9=x^2-6x+9+144$

$12x=144 \qquad \therefore x=12$

$\therefore \overline{BC}=12+6=18(\text{cm})$ 답 **18 cm**

11 $\overline{CQ}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(6-x)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BQ}=(7-x)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서

$9=(6-x)+(7-x)$

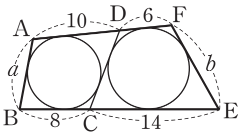
$2x=4 \qquad \therefore x=2$

$\overline{BP}=\overline{BE}=\frac{1}{2}\times(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)-\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(9+7+6)-9=2(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{BC}-\overline{BP}-\overline{CQ}=7-2-2=3(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

12 □ABCD와 □DCEF가 두 원에 각각 외접하므로



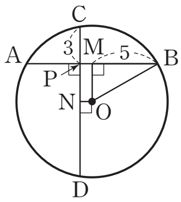
$a+\overline{CD}=10+8=18$ ······ ㉠

$b+\overline{CD}=6+14=20$ ······ ㉡

㉠$-$㉡을 하면

$a-b=18-20=-2$ 답 ②

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

$\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6$이므로

$\overline{PN}=\overline{NC}-\overline{CP}=6-3=3$

직각삼각형 OBM에서

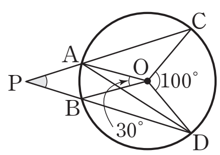
$\overline{OB}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{34}$이다. 답 $\sqrt{34}$

04 원주각

본문 112~113쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$

$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times30^\circ=15^\circ$

$\triangle APD$에서 $\angle CAD=\angle CPD+\angle ADB$

$\therefore\ \angle CPD=50^\circ-15^\circ=35^\circ$ 답 ④

02 직선 BP는 반원의 접선이므로

$\angle PBA=90^\circ$

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle PCE$에서 $\angle CED=\angle CPE+\angle PCE$이므로

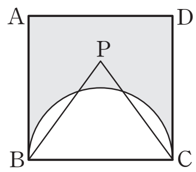
$\angle CPE=115^\circ-90^\circ=25^\circ$

$\angle APB=2\angle CPE=2\times25^\circ=50^\circ$이므로

$\triangle PAB$에서

$\angle CAB=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$ 답 ②

03 오른쪽 그림과 같이 점 P가 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원 밖에 있을 때, $\angle BPC$는 예각이 된다.



정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면 어두운 부분의 넓이는

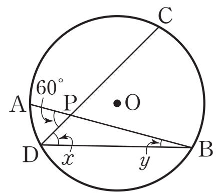
$a^2-\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=a^2-\frac{\pi}{8}a^2$

$=a^2\left(1-\frac{\pi}{8}\right)$

따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{어두운 부분의 넓이})}{(\text{정사각형의 넓이})}=\frac{a^2\left(1-\frac{\pi}{8}\right)}{a^2}=1-\frac{\pi}{8}$ 답 $1-\frac{\pi}{8}$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 긋고 $\angle PDB=\angle x$, $\angle PBD=\angle y$라 하면



$\triangle PDB$에서

$\angle x+\angle y=\angle APD=60^\circ$

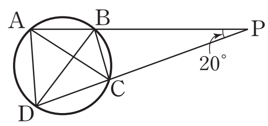
따라서 $\overset{\frown}{AD}$, $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기의 합이 60°이므로 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}$의 길이는

원의 둘레의 길이의 $\frac{60}{180}=\frac{1}{3}$(배)이다.

따라서 원의 둘레의 길이는

$(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})\times3=2\pi\times3=6\pi$ 답 ③

05 (원의 둘레의 길이)



$=2\pi\times9=18\pi$

$\overset{\frown}{AB}=4\pi$이므로

$\angle ADB=\angle ACB=180^\circ\times\frac{4\pi}{18\pi}=40^\circ$

$\overset{\frown}{CD}=6\pi$이므로

$\angle DAC=\angle DBC=180^\circ\times\frac{6\pi}{18\pi}=60^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$라 하면 $\triangle PBD$에서

$\angle ABD=\angle x+20^\circ$

□ABCD는 원에 내접하므로

$\angle ADC+\angle ABC=180^\circ$

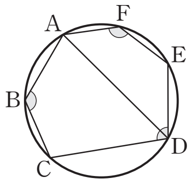
$(40^\circ+\angle x)+(\angle x+20^\circ+60^\circ)=180^\circ$

$2\angle x=60^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=30^\circ$

따라서 $\angle ABD=\angle x+20^\circ=30^\circ+20^\circ=50^\circ$이므로

$\overset{\frown}{AD}=18\pi\times\frac{50}{180}=5\pi$ 답 5π

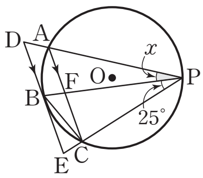
06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle B+\angle CDA=180^\circ$
또 □ADEF가 원에 내접하므로
$\angle F+\angle ADE=180^\circ$
$\therefore\ \angle B+\angle D+\angle F=\angle B+(\angle CDA+\angle ADE)+\angle F$
$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$ 답 **360°**

07 □ABQP가 원에 내접하므로 $\angle x=\angle RPQ$
□PQSR가 원에 내접하므로 $\angle RPQ=\angle RSC$
□RSCD가 원에 내접하므로 $\angle RSC=180^\circ-89^\circ=91^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle RSC=91^\circ$ 답 ④

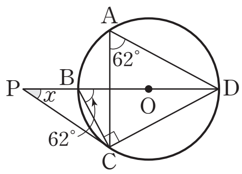
08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle CBE=\angle CPB=25^\circ$
$\overline{DE}/\!/\overline{AC}$이므로
$\angle BCA=\angle CBE=25^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle x=\angle BCA=25^\circ$
답 ③

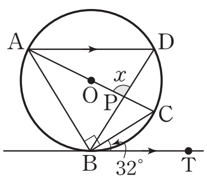
09 $\angle ABD=\angle DAT=75^\circ$
△ABD에서
$\angle BAD=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BCD=180^\circ-45^\circ=135^\circ$ 답 **135°**

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BCD=90^\circ$
$\angle CBD=\angle CAD=62^\circ$이므로
△BCD에서
$\angle CDB=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$
$\angle BCP=\angle CDB=28^\circ$이므로 △BPC에서
$\angle x=\angle CBD-\angle BCP=62^\circ-28^\circ=34^\circ$ 답 ④

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$
$\angle CAB=\angle CBT=32^\circ$
△ABC에서
$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$
$\angle ADB=\angle ACB=58^\circ$
$\overline{AD}/\!/\overline{BT}$이므로 $\angle DBT=\angle ADB=58^\circ$ (엇각)
$\angle PBC=\angle PBT-\angle CBT=58^\circ-32^\circ=26^\circ$
△PBC에서 $\angle BPC=180^\circ-(26^\circ+58^\circ)=96^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle BPC=96^\circ$ (맞꼭지각) 답 **96°**

12 ③ $\angle FPD=\angle BPE=90^\circ-\angle EBP$
$=90^\circ-\angle PAD=\angle FDP$
④ $\angle APF=\angle CPE=90^\circ-\angle PCB$
$=90^\circ-\angle ADB=\angle PAF$
② $\angle APF=\angle PAF$이므로 $\overline{AF}=\overline{FP}$
$\angle FPD=\angle FDP$이므로 $\overline{FP}=\overline{FD}$
$\therefore\ \overline{AF}=\overline{FD}$ 답 ①

05 대푯값과 산포도

본문 114~115쪽

01 $\dfrac{(3a-1)+(3b-4)+(3c-4)+(3d-7)}{4}=11$
$3(a+b+c+d)-16=44,\ 3(a+b+c+d)=60$
$\therefore\ a+b+c+d=20$
따라서 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균은
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{20}{4}=5$ 답 ②

02 4번째 학생의 키를 x cm라 하면 $\dfrac{165+x}{2}=170$
$165+x=340\qquad \therefore\ x=175$
키가 178 cm인 학생이 이 모둠에 들어왔을 때, 학생 7명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4번째 학생의 키가 175 cm이므로 중앙값은 175 cm이다. 답 **175 cm**

03 (가)에서 가장 작은 수는 8, 가장 큰 수는 15이므로 5개의 자연수를 차례로 8, a, b, c, 15라 하자.
(나)에서 최빈값이 9이므로 a, b, c 중 2개 이상은 9이어야 한다.
(i) $a=b=c=9$인 경우
5개의 자연수는 8, 9, 9, 9, 15이고
평균은 $\dfrac{8+9+9+9+15}{5}=\dfrac{50}{5}=10$이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(ii) $a=b=9,\ c\neq 9$인 경우
5개의 자연수는 8, 9, 9, c, 15이고 평균은
$\dfrac{8+9+9+c+15}{5}=11,\ c+41=55$
$\therefore\ c=14$
따라서 5개의 자연수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 8, 9, 9, 14, 15이므로 중앙값은 9이다. 답 **9**

04 주어진 자료의 평균이 15이므로

$$\frac{15+16+12+13+a+17+b}{7}=15$$

$a+b+73=105$ $\quad\therefore a+b=32$

한편 최빈값이 13이므로 a, b의 값 중 하나는 13이다.

이때 $a<b$이므로 $a=13$, $b=19$

$\therefore b-a=19-13=6$ 답 ⑤

05 중앙값이 92점이므로 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 두 번째, 세 번째인 점수가 91점, 93점이다.

$\therefore x\geq 93$ …… ㉠

또 평균이 90점 미만이므로

$\frac{80+91+93+x}{4}<90$, $x+264<360$

$\therefore x<96$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $93\leq x<96$

따라서 자연수 x의 값은 93, 94, 95이다. 답 **93, 94, 95**

06 (가)에서 a의 값은 25보다 크거나 같아야 하므로 $a\geq 25$

(나)에서 $\frac{30+40}{2}=35$이므로 a의 값은 30보다 작거나 같아야 한다. 즉, $a\leq 30$

따라서 구하는 a의 값의 범위는

$25\leq a\leq 30$ 답 $\boldsymbol{25\leq a\leq 30}$

07 $a<b<c$이므로 중앙값은 b이다.

$\therefore b=11$

평균이 10이므로

$\frac{a+11+c}{3}=10$, $a+c=19$ $\quad\therefore c=19-a$

따라서 세 수는 a, 11, $19-a$이므로 편차는 각각

$a-10$, 1, $9-a$

이때 분산은 14이므로

$$\frac{(a-10)^2+1^2+(9-a)^2}{3}=14$$

$(a-10)^2+1+(9-a)^2=42$

$a^2-19a+70=0$, $(a-5)(a-14)=0$

$\therefore a=5$ 또는 $a=14$

이때 $a<b$이므로 $a=5$, $c=19-5=14$

답 $\boldsymbol{a=5,\ b=11,\ c=14}$

08 진희의 몸무게를 x kg이라 하면 학생 5명의 몸무게는 각각 $(x-8)$ kg, $(x-5)$ kg, x kg, $(x+1)$ kg, $(x+2)$ kg 이므로 몸무게의 평균은

$$\frac{(x-8)+(x-5)+x+(x+1)+(x+2)}{5}=\frac{5x-10}{5}=x-2\,(\text{kg})$$

따라서 평균이 $(x-2)$ kg이므로 각각의 편차는

-6, -3, 2, 3, 4

$$(\text{분산})=\frac{(-6)^2+(-3)^2+2^2+3^2+4^2}{5}=\frac{74}{5}=14.8$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14.8}$ (kg) 답 $\boldsymbol{\sqrt{14.8}}$ **kg**

09 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이를 각각 x, y라 하면

$\frac{4x+4y+4\times 3}{12}=5$에서

$4x+4y=48$ $\quad\therefore x+y=12$

$\frac{2xy+2\times 3y+2\times 3x}{6}=\frac{2xy+6(x+y)}{6}=22$에서

$2xy+6\times 12=132$ $\quad\therefore xy=30$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=12^2-2\times 30=84$$

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{4(x-5)^2+4(y-5)^2+4(3-5)^2}{12}\\&=\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+4}{3}\\&=\frac{x^2+y^2-10(x+y)+54}{3}\\&=\frac{84-10\times 12+54}{3}\\&=\frac{18}{3}=6\end{aligned}$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6}$ 답 ③

10 $x_1+x_2+\cdots+x_{50}=200$, $x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_{50}{}^2=1600$ 이므로

$$(\text{평균})=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{50}}{50}=\frac{200}{50}=4$$

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+\cdots+(x_{50}-4)^2}{50}\\&=\frac{(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_{50}{}^2)-8(x_1+x_2+\cdots+x_{50})+50\times 16}{50}\\&=\frac{1600-8\times 200+800}{50}=\frac{800}{50}=16\end{aligned}$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$ 답 **평균 : 4, 표준편차 : 4**

11 편차의 합은 항상 0이므로

$a+(-3)+b+1+(-2)=0$ $\quad\therefore a+b=4$

표준편차가 $2\sqrt{2}$골이면 분산은 $(2\sqrt{2})^2=8$이므로

$$(\text{분산})=\frac{a^2+(-3)^2+b^2+1^2+(-2)^2}{5}=8$$

$a^2+b^2+14=40$ $\quad\therefore a^2+b^2=26$

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$26=4^2-2ab$ $\quad\therefore ab=-5$ 답 $\boldsymbol{-5}$

12 x_1, x_2, x_3의 평균이 6이므로

$\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}=6$에서 $x_1+x_2+x_3=18$

$x_4, x_5, \cdots, x_{10}$의 평균이 6이므로

$\dfrac{x_4+x_5+\cdots+x_{10}}{7}=6$에서 $x_4+x_5+\cdots+x_{10}=42$

따라서 전체 10개의 변량의 평균은

$$\frac{(x_1+x_2+x_3)+(x_4+x_5+\cdots+x_{10})}{10}=\frac{18+42}{10}=\frac{60}{10}=6$$

x_1, x_2, x_3의 분산이 4이므로

$\dfrac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2}{3}=4$

$\therefore (x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2=12$

$x_4, x_5, \cdots, x_{10}$의 분산이 6이므로

$\dfrac{(x_4-6)^2+(x_5-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2}{7}=6$

$\therefore (x_4-6)^2+(x_5-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2=42$

따라서 전체 10개의 변량의 분산은

$$\frac{\{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2\}+\{(x_4-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2\}}{10}$$

$$=\frac{12+42}{10}=\frac{54}{10}=5.4$$

답 ④

13 철호가 빌린 책의 권수를 a권, 5명이 빌린 책의 권수의 평균을 b권이라 하면

$b=\dfrac{2+8+13+9+a}{5}$ $\quad\therefore a=5b-32$ ...... ㉠

이때 분산이 16.4이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(2-b)^2+(8-b)^2+(13-b)^2+(9-b)^2+(a-b)^2}{5}$

$=16.4$ ...... ㉡

㉡에 ㉠을 대입하여 정리하면

$b^2-16b+63=0,\ (b-7)(b-9)=0$ $\quad\therefore b=7$ 또는 $b=9$

$b=7$일 때 $a=3$, $b=9$일 때 $a=13$

그런데 철호가 빌린 책의 권수는 평균보다 크므로 5명이 빌린 책의 권수의 평균은 9권이다.

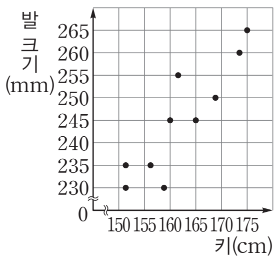
답 **9권**

Ⅲ. 통계

06 상관관계

본문 116~117쪽

01 키와 발 크기에 대한 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



즉, 키와 발 크기 사이에는 양의 상관관계가 있다.

① 상관관계가 없다.

②, ④ 음의 상관관계

③, ⑤ 양의 상관관계

답 ③, ⑤

02 ①, ②, ④, ⑤ 양의 상관관계

③ 음의 상관관계

답 ③

03 스마트폰 사용 시간과 수학 점수 사이에는 음의 상관관계가 있다.

①, ②, ③ 양의 상관관계

④ 음의 상관관계

⑤ 상관관계가 없다.

답 ④

04 ⑤ D 선생님은 B 선생님보다 키가 작다.

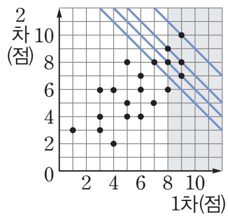
답 ⑤

05 ⑤ B는 A보다 땅의 넓이에 대한 인구 밀도가 높은 편이다.

답 ⑤

06 상위 30 % 이내인 선수의 수는

$20\times\dfrac{30}{100}=6(\text{명})$

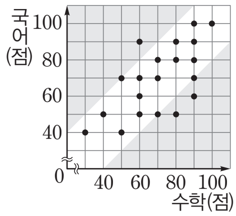


오른쪽 그림에서 1차 시기의 점수가 상위 30 % 이내인 선수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점이 나타내고 1, 2차 시기의 합산 점수가 상위 30 % 이내인 선수는 직선 위의 점이 나타낸다.

따라서 구하는 선수의 수는 1명이다.

답 **1명**

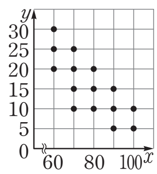
07 수학 점수와 국어 점수의 차가 20점 이상인 학생 수는 어두운 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



$\therefore \dfrac{6}{20}\times100=30(\%)$

답 ④

08 주어진 변량을 추가하여 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

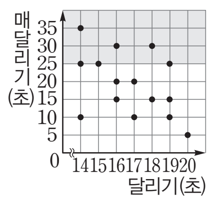


따라서 두 변량 x와 y 사이에는 음의 상관관계가 있다.

답 **음의 상관관계**

09 오래 매달리기 기록이 상위 40 % 이내인 학생 수는

$15\times\dfrac{40}{100}=6(\text{명})$

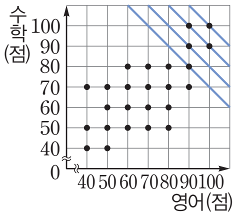


이 6명의 학생을 나타내는 점은 어두운 부분(경계선 포함)의 점이므로

$(\text{평균})=\dfrac{14+14+15+16+18+19}{6}=\dfrac{96}{6}=16(\text{초})$

답 **16초**

10 두 과목의 총점이 상위 20 % 이내인 학생 수는



$25\times\frac{20}{100}=5$(명)

이 5명의 학생을 나타내는 점은 직선 위에 있는 점이므로

(평균)$=\frac{200+190\times2+180+170}{5}$

$=\frac{930}{5}=186$(점)

답 **186점**

11 순위가 2위인 선수의 1차 점수는 9점, 2차 점수는 10점이므로

$a=\frac{9+10}{2}=9.5$

순위가 11위인 선수의 1차 점수는 6점, 2차 점수는 7점이므로

$b=\frac{6+7}{2}=6.5$

$\therefore a-b=9.5-6.5=3$

답 **3**

12 ② 두 대회에서 점수가 모두 7점 이하인 학생 수는 7명이다.

③ 과학 상상화 그리기 점수가 글짓기 점수보다 높은 학생은 대각선 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

④ 두 대회에서 점수가 모두 8점 이상인 학생들의 과학 상상화 그리기 점수의 평균은

$\frac{8+8+9+9+10}{5}=\frac{44}{5}=8.8$(점)

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

MEMO